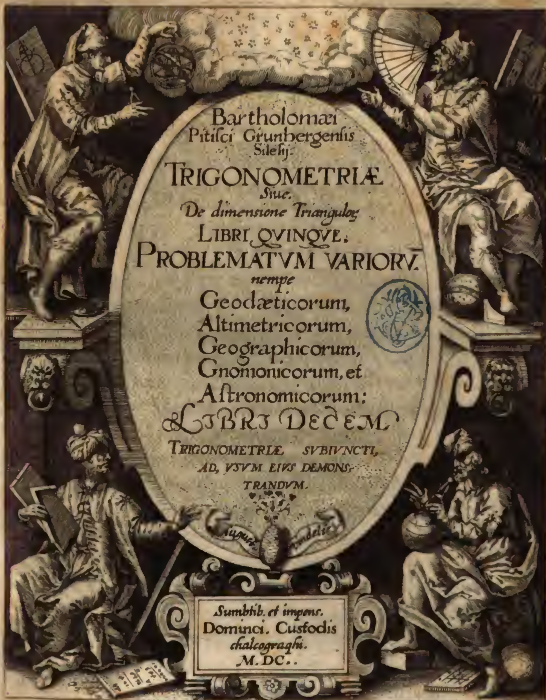

BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
14
11 K
33


Bartholomæi
Pitisci Grunbergensis
Silesij.
TRIGONOMETRIÆ
Siue.
De dimensione Triangulorum
LIBRI QVINQVE.
PROBLEMATVM VARIORV.
nempe
Geodæticorum,
Altimetricorum,
Geographicorum,
Gnomonicorum, et
Astronomicorum:
LIBRI DECEM
TRIGONOMETRIÆ SVBIVNCTI,
AD, VSVM EIVS DEMONSTRANDVM.
Sumbtib. et impens.
Dominci. Custodis
chalcograghi.
M.DC..

ILLVSTRISSIMO PRINCIPI AC DOMINO, DOMINO FRIDERICO IV. COMITI PALATINO AD RHENVM, S. ROM. IMPERII Archidapifero & Electori, Duci Bavariæ, &c. Domino ſuo Clementiſſimo.

ILLVSTRISSIME Princeps Elector, Domine Clementiſſime, Niſi nota eſſet Ill.ᵐᵃᵉ Celſitudini Tuæ tota vita mea; prolixè me excuſarem, quòd ego homo Theologus, quaſi oblitus vocationis meæ, & Matheſin excolã, & ejus generis ſcripta in lucem edam. Nec enim dubito, qvin multi ſint hoc ſtudium meum calumniaturi, niſi paratam mihi apud Ill.ᵐ Celſitudinem Tuam defenſionem eſſe ſciant. Et certè, ſi ego tẽpus, quod meditationi rerum divinarũ debeo, in dinumerationem aſtrorum conferrem, culpa minimè vacarem. Nunc autem, quando non alijs horis hæc ago, quàm quibus horis alij ociãtur: nec in alium finem, qvàm ut Ill.ᵐᵃᵉ Tuæ Celſitudini, de his rebus crebrò ſciſcitanti, prõ-

ptè & dextrè respondere possim: quis est qui vel lusus meos ingenuos aliorũ desidię postponat, vel voluntatem Ill.ᵐᵃ Celsitudinis Tuæ commodis inserviẽdi reprehendat? Abrahamo Patriarchæ laudi datur à Iosepho, quòd & ipse mathematicas artes calluerit, & alios in ijsdem instituerit. Et in encomijs Danielis hoc nõ est postremum, quòd instructus fuerit omni sapientia Chaldæorum: quæ sapientia pręcipuè in mathesi consistebat. Neq; minus Theologis, qvàm alijs quibuscunque hominibus opera Dei idcirco sunt proposita, ut ijs contemplandis sapientiã Dei admirari, potẽtiam metuere, & bonitatem magnifacere discant. Omnes autem isti affectus sine dubio tanto sunt ferventiores, quanto intelligentia operum divinorum est in homine pio major. Intuetur idiota quispiam Solem: miratur claritatem lucis: potestatem caloris: velocitatem cursus: certitudinẽ itineris: nescius interim, quæ sit forma & magnitudo Solis, & quàm lõginquum iter, quod quotidiè permeat. Si eidem dicas, & ex Astronomia demonstres: Solem esse globum, globo terreno centies sexagies sexies majorem; & circulum cursus ipsius quotidiani continere plus qvàm qvadragies centena millia milliarium Germanicorum: non amplius admi-

rabitur; ſed planè obſtupeſcet ad tanta naturæ miracula; & exclamabit cum Davide: Iehova Deus noſter, quàm admirabile eſt nomen tuum, in univerſa terra! Et, quid eſt homo, qvòd tu, tantarum rerum conditor & effector, es memor ejus? Adde, quòd ſemper ita iudicatum eſt, poſt arcanam operationem Spiritus Dei, nihil eſſe quod hominem manſvetiorem reddat, qvàm cœleſtis illius philoſophiæ cultura. Manſʌetudo autem, bone Deus, qvantum, & quàm rarum eſt Theologorum ornamentum! Et qvàm optandum eſſet hoc ſeculo, omnes Theologos eſſe mathematicos, hoc eſt, homines tractabiles & manſvetos. Qvanquam, ne qvis meo exemplo abuſus plus nimio his ſpeculationibus tribuat; & interim officium ſuum negligat: apertè fateor, ut privata & modica harum rerum exercitatio nemini nocet: ita publicam & aſſiduam earum tractationem non poſſe non aliquid incommodi afferre ijs, qui & corporis & ingenij vires alijs laboribus exantlandis integras conſervare debent. Quod cum hoc ſemeſtri deprehendiſſem: & ipſe mihi propoſui, nihil amplius in hoc genere ſcribere; & alijs mei ordinis hominibus, ut idem ſibi proponant, autor ſum. Verè enim Ludovicus Vives: ingenium, inquit, vivi-

dius eſt, non nimis defatigatum. Et ſeverè Chriſtus: Mortui, inquit, ſepeliant mortuos ſuos, tu autē vade & annuncia regnum Dei. Hoc igitur deinceps agamus. Quę verò huc uſq; ſcripſi, quia non tantum Tibi, Illuſtriſſime Princeps Elector, ſed & alijs multis uſui eſſe poſſunt; cur invidiosè premam? Id enim abſq; jactantia me dicere poſſe confido, doctrinam Triangulorum in hunc uſq; diem à nemine tam perſpicuè explicatam, & uſum ejus in tot artibus tam familiariter monſtratum eſſe. Præſertim delectabit, ſat ſcio, omnes rectè judicantes, quod in problematibus de motu Solis & Lunæ videbunt, motus cœleſtes omnes (nam cæterorum eadem eſt ratio) abſq; omni tam Alphonſinarum quàm Prutenicarum tabularum ope, per ſolum Canonem Triangulorum, & per communem Arithmeticam, eâdem facilitate, certitudine àutem & jucunditate, quàm per tabulas, multo majore, ſupputari poſſe. Qua ex re etiam Celſitudinem Tuam, maximā ſuo tempore voluptatem capturā eſſe, minimè dubito. Poſtquam enim Arithmeticam Celſitudo Tua totā perdidicit; & in Geometria etiam fundamenta non contemnenda jecit: nihil impedire poterit, quo minus etiam iſtam ſcientiam ſuperſtruat; qua nomen pluſ-

plusquàm regium sibi ad omnem posteritatem esse comparatura. Quo rariores enim sunt Principes, qui hæc intelligant: tanto major laus est, si intelligant. Et scit Illma Tua Celsitudo, Ill.^m suum avunculum, VVilhelmum, p. m. Hassiæ Lantgravium, etsi alijs quoq; rebus gestis clarus esset, non aliunde tamen majus, quā ex Astronomię studio nomen sibi acquisivisse. De Alphonso verò Lusitaniæ Rege vulgò notum est, ejus memoriā jam pridem fuisse sepultam, nisi Tabulæ cœlestiū motuū ipsius cura & sumptibus editæ in literatorum manibus versarentur. Hos igitur laudatissimos reges & Principes imitari, laudem verè regiam esse, Illma Celsitudo Tua putet. Quam ad rem si quid ego conferre potero: non patiar, vel fidem, qua Ill.^mæ Tuę Celsitudini sum obstrictus, vel industriam, unquam in me desiderari. Etsi enim publicè hæc tractare deinceps, ut supra dixi, nolo: Ill.^mæ tamen Celsitudini Tuæ, si quid etiam porrò de rebus istis ex me scire cupiat, deesse neque debeo neq; volo. Pręsertim postquam tot annos, tot beneficijs unà cum tota familia mea ab Illma Celsitudine Tua sum affectus. Pro quibus beneficijs, quia eorum magnitudini officiola mea neutiquam respondent; Deum oro, vt divitijs gratię suę ea compensa-

pensare, & Ill.^m Celsitudinem Tuam, unà cùm laudatissima ipsius coniuge, & prole numerosa, omni benedictione tam corporali quàm spirituali perpetuò prosequi dignetur. Cujus mei animi & voti hæc nuncupatio testis esto. Perscriptum Hagenbachij, in comitatu aulæ Ill.^mæ Celsitudinis Tuæ, anno N.C.1599. die 23. Augusti.

Ill.^mæ C.T.

humilimus &
addictissimus servus

B. Pitiscus.

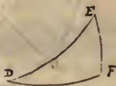
BARTHOLO-
mæi Pitisci Grunbergensis
TRIGONOMETRIÆ
LIBER PRIMVS.

De generibus & affectionibus Triangulorum.

I. Trigonometria est doctrina de dimensione Triangulorum.

II. Triangulum est figura tribus lateribus tres angulos comprehendens: *Vt sunt figuræ A B C. & D E F.*





Schema I.

III. Latera duo quælibet sunt crura anguli à se comprehensi; tertium, basis. *Vt latera A B. & A C. sunt crura anguli B A C: latus B C. est eiusdem anguli basis.*

IV. Latus unumquodq; dicitur subtendere angulum sibi oppositum. *Vt latus A B. subtendit angulum A C B. Latus A C. subtendit angulum A B C. Latus B C. subtendit angulum B A C.*

V. Latera maiora maiores angulos subtendunt. Subintellige: Et minora minores, & æqualia æquales. *Veritas Theorematis per se manifesta est. Demonstratur tamē apud Euclidem ad 18. & 19. p. 1. & apud Regiomontanum ad 42. & 43. prop. 3. Luculenter etiam confirmabitur infrà per*

quartum axioma libri tertij, & per tertium quarti.

VI. Anguli mensura est Circuli ex angulari puncto descripti arcus, inter crura satis prolongata interceptus: *Vt, in Triangulo A B C, anguli B A C. mensura est arcus O P. uel B D.*

Schema II.



VII. Circulus in Trigonometria omnis diuiditur in partes siue gradus 360. & gradus singuli rursum in 60. scrupula siue minuta prima, & unum primum in totidem secunda &c. Quæ partes tantò sunt maiores, quantò circulus est maior. Arcus autem, qui eodem partium numero constant, in circulis æqualibus æquales, in circulis inæqualibus similes dicuntur: *Vt, arcus BD & G H. sunt æquales: arcus uerò B D & O P. sunt similes. Sicut enim B D. uerbi gratia, est 40. partium in circulo magno E B D. Ita O P. est 40. partium in circulo paruo I O P. &c.*

VIII. Igitur

VIII. Igitur Circuli dicti quadrans est arcus 90. partium.

IX. Arcûs quadrante minoris complementum est quod ipsi ad 90. partes deest. *Vt, arcus BD. 40. partium, complementum est arcus B E. 50. partium: & uicissim.*

X. Arcûs quadrante maioris excessus supra quadrantem est, quod ipsi supra 90. partes adest. *Vt, arcus G E B. 140. partium, excessus supra quadrantem est arcus E B. 50. partium.*

XI. Semicirculus est arcus 180. partium.

XII. Arcûs semicirculo minoris complementum est, quod ipsi ad 180. partes deest. *Vt, arcus G E B. 140. partium, complementum est, arcus B D. 40. partium.*

XIII. Anguli per crucem oppositi sunt æquales. *Vt, anguli B A D. & G A H. sunt aequales. Similiter etiam anguli G A B. & H A D. sunt aequales. Idem fit in Sphaericis. Veritas theorematis per se patet. Demonstratur tamen apud Euclidem de lineis rectis sese mutuo secantibus ad 15. p. 1.*

XIV. Angulus est rectus uel obliquus.

XV. Angulus rectus est, cuius mensura est quadrans. *Vt, E A D.*

XVI. Angulus obliquus est obtusus uel acutus.

XVII. Angulus obtusus est, cuius mensura est arcus quadrante maior. *Vt, B A G.*

XVIII. Angulus acutus est, cuius mensura est arcus quadrante minor. *Vt, B A D.*

XIX. Angulorum complementa dicuntur, ut arcuũ. *Schema II.*

XX. Anguli quilibet super eadem linea utrinq; protensa concurrentes simul sumti sunt æquales duobus

 rectis.

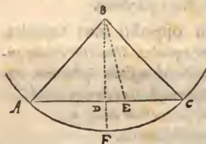
rectis. *Vt, anguli B A D, E A B & B A G. concurrentes ad punctum A, super linea G D, sunt æquales duobus rectis G A E & E A D. per structuram.*

XXI. Itaq; si obliqui duo super eadem linea utrinq; protensa concurrant, alter est alterius ad duos rectos complementum. *Vt, anguli G A B. complementum ad duos rectos est angulus B A D. & hic illius uicißim.*

XXII. Triangulum primò est laterum quorundam æqualium uel omnium inæqualium.

XXIII. Si Triangulum sit laterum quorundam æqualium, perpendicularis à concursu laterum æqualium, bisecat basin & angulum basi oppositum: *Et contra.*

Schema III.



Vt, In Triangulo laterũ æqualium AB & B C. perpẽdicularis B D. bisecat basin A C. & angulũ basi oppositum A B C. Bisecat basin A C. quia si non bisecaret, sed caderet extra mediũ punctũ D. uerbi gratia, in E. non esset perpendicularis: quippe non breuißima inter punctum B. & rectam A C. Bisecat etiam angulum basi oppositum A B C. & eius mensuram A F C. quia anguli sunt ut latera, per 5. huius.

XXIV. Triangulum laterum quorundam æqualium est æquicrurum uel æquilaterum.

XXV. Triangulum æquicrurum est, quod duo tantùm habet latera æqualia.

XXVI. Triangulum æquicrurum est ad basin æquiangulum, & contra: *per 5. huius.*

XXVII. Trian-

XXVII. Triangulum æquilaterum *(per excellentiam ita dictum)* eſt, quod omnia latera habet inuicem æqualia.

XXVIII. Triangulum æquilaterum eſt æquiangulum, & contra *: per 5. huius.*

XXIX. Triangulum deinde eſt rectangulum uel obliquangulum.

XXX. Triangulum rectangulum eſt, quod uel unum habet rectum.

XXXI. In Triangulis rectangulis ſubtendens rectum ſpeciatim hypotenuſa dicitur: includentia uerò rectum, perpendiculum & baſis: pro libitu. *Vt in triangulis A B C & D E F, latera A B & D E. ſunt hypotenuſæ: B C & E F. perqendicula: A C & D F. baſes: uel contra. A C & D F. perpendicula: B C & E F. baſes.* *Vide Schema primum*

XXXII. Triangulum obliquangulum eſt, quod omnes angulos habet obliquos.

XXXIII. Triangulum obliquangulum, eſt uel obtuſangulum uel acutangulum.

XXXIV. Triangulum obtuſangulum eſt, quod uel unum habet obtuſum.

XXXV. Triangulum acutangulum eſt, quod omnes angulos habet acutos.

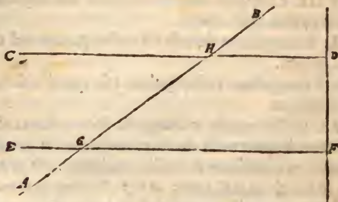
XXXVI. Triangulum denique eſt planum, uel ſphæricum: planum, in plano: ſphæricum, in globo.

XXXVII. Trianguli plani ſub Trigonometriam cadentis latera ſunt tantum lineæ rectæ.

De lineis rectis ad Trigonometriam rectè intelligendam prænoſſe oportet ea quæ ſequuntur theoremata.

XXXVIII. Si linea recta in rectas parallelas incidat, angulos similes similiterq; aut alternatim sitos facit æquales: *& contra. Vt si recta A B. incidat in parallelas CD.*

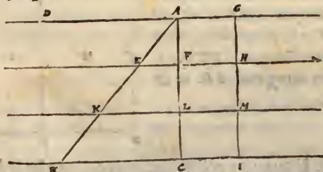
Schema IV.



& E F. angulos similes similiterq; sitos B H D & B G F, item alternatim sitos C H G & H G F, &c. facit æquales. Et contra: Si recta A B. in rectas C D & E F. incidens, prædictos angulos similes similiterq; aut alternatim sitos, hoc est, acutos acutis, & obtusos obtusis facit æquales, rectæ C D & E F. sunt parallelæ. Est 29. primi Euclidis. Lucem habet naturalem. Nã, si AB. recta est, rectæ C D & E F. æqualiter inter se distare nõ possunt, nisi ad rectam A B. æqualibus angulis inclinentur. Hinc, si plures rectæ in eandem rectam sint perpendiculares, sunt inuicem parallelæ. *Vt rectæ C D & E F. sunt invicem parallelæ, quia sunt in eandem rectam D F. perpendiculares.*

XXXIX. Si plures rectæ pluribus rectis parallelis intersecentur, intersegmenta sunt proportionalia. *Verbi gratia, Si duæ rectæ A B & A C. intersecentur parallelis D G. E H. &*

E H. & B I: dico interſegmenta A E & A F. ſimiliterq́; E B. & F C. eſſe inter ſeſe proportionalia, hoc eſt, Si A E. ſit tertia pars rectæ AB. etiam A F. fere tertiam partem rectæ AC, &c. Ratio eſt: quia recta E H. de toto ſpatio D G I B. abſcindit

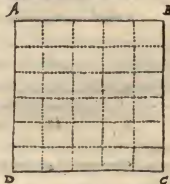


Schema V.

partem tertiam. Ergo etiam de ſingulis lineis per totum iſtud ſpatium ductis.

Hinc parallelæ parallelis terminatæ ſunt æquales, & contra: *ut parallelæ A F & G H. terminatæ parallelis A G & F H. ſunt æquales. Cum enim totæ A C. & G I. ſint æquales: etiam partes tertias A F & G H. æquales eſſe neceſſe eſt.*

XL. Si duæ rectæ in ſe mutuo ducantur, efficitur inde quadrangulum rectangulum: *Vt, ſi duæ rectæ AB & AD. in ſe mutuo ducantur, efficitur inde quadrangulum A B C D. Quod ſi ergò A B. ſit quinque pedum, AD. ſex totum quadrangulum A B C D. erit triginta pedum quadratorum, ut apparet ex lineis in diagrammate punctatis.*



Schema VI.

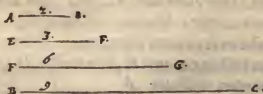
XLI. Rectan-

XLI. Rectangula è tota una & segmentis alterius, simul sumta, sunt æqualia rectangulo ex utraq; tota. *Vt, rectangula ex tota A D. 6. & segmentis AG. 3. & G B. 2. nempe rectangula A G F D. 18. & F G B C. 12. simul sumta sunt æqualia rectangulo A B C D. 30. facto ex utraq; tota A D. 6. & A B. 5.*

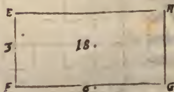
Schema VII.

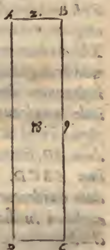


XLII. Si quatuor rectæ sint proportionales *(hoc est, si se habeant, ut prima ad secundam, ita tertia ad quartam)* rectangulum mediarum æquatur rectangulo extremarum. *Vt si sint quatuor proportionales A B. duorum : E F. trium : F G. sex : BC. nouem pedum : Rectangulum mediarum*



Schema VIII.





E F. &

E F & F G. nempe rectangulum E F G H. æquatur rectangulo extremarum A B & B C. nempe rectangulo A B C D. Nam ut bis nouem sunt octodecim : ita ter sex sunt octodecim.

I. Si quatuor rectæ sint hinc proportionales, datis tribus, datur quarta. Rectangulum enim mediarum diuisum per extremarum alteram, relinquit alteram : *Vt, si dicatur.*

2 ——— . 3 ——— . 6 ——— . 9

Rectangulum factum ex 3. & 6. nempe 18. diuisum per extremam primam, 2. relinquit extremam ultimam, 9. &c. Atq; hæc est ratio, cur in regula proportionum, quam barbarè uocant Regulam Detri : duo posteriores termini inter sese multiplicentur, & productum diuidatur per primum : quia uidelicet productum multiplicationis secundi & tertij termini, est etiam productum multiplicationis primi & quarti : diuisum itaq; per primum, relinquit quartum. Nam diuisio & multiplicatio mutuò sese produnt. Nihil autem interest ad praxin, utrum terminorum mediorum secundo uel tertio loco ponas. Siue enim dicas :

Vt 2. ad 3. ita 6. ad ——— &c. Siue
Vt 2. ad 6. ita 3. ad ——— &c.

Etsi alia in priore, alia in posteriore collocatione termini primi ad secundum, & tertij ad quartum est proportio : quæsitum tamen ex utraq; collocatione reperies prorsus idem : quia perinde est, siue tria per sex, siue sex per tria multiplices : &c.

Hinc etiam

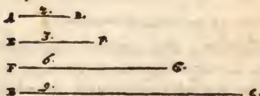
II. Rectangula æqualia latera habent reciprocè proportionalia. *(hoc est, In rectangulis æqualibus, habent sese,*

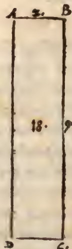
 ut latus

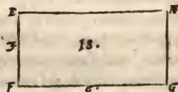
ut latus minus rectanguli primi ad latus minus secundi, ita latus maius rectanguli secundi ad latus maius primi) & contra: *Verbi gratia, in rectangulis æqualibus ABCD. & EFGH. habent sese:*

Vt, AB *ad* EF *ita* FG *ad* BC, *&c.*
2 3 6 9

Schema VIII.







Causa est manifesta ex antecedentibus.

XLIII. Si tres rectæ sint proportionales *(hoc est, si se habeant, ut prima ad secundam, ita secunda ad tertiam)* quadratum mediæ, æquatur oblongo extremarum:

Quia enim media bis ponitur, hoc modo:

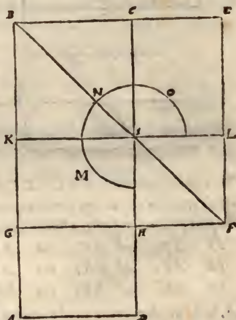
Schema IX.

Vt A 2 B
ad C 4 D
ita C 4 D
ad E 8 F.

Perinde

Perinde est, ac si essent quatuor proportionales. Ideo quicquid de quatuor proportionalibus dictum fuit, de tribus quoq; proportionalibus est intelligendum.

XLIV. Si recta bisecta continuetur, oblongum continuatæ & continuationis est æquale quadrato rectæ ex bisegmento & continuatione compositæ: minus quadrato bisegmenti. *6. p 2. Euclid.*



Schema X.

Esto recta A K. bisecta in G. & continuata in B. continuationi K B. statuatur æqualis B C. atq; inde fiat oblongum A B C D. Ad rectam porrò G B. compositam ex bisegmento G K. & continuatione K B. describatur quadratum G B E F. & ex eo quadrato per rectas K L & G H. abscindatur quadratum bisegmenti I L F H, ut relinquatur gnomon M N O. Dico oblongum A B C D. esse æquale quadrato G B E F. minus quadrato I L F H. siue, quod idem est, dico oblongum A B C D. esse æquale gnomoni M N O. Spacia enim M. & N. sunt communia. Spacium verò gnomonis O. siue rectangulum I C E L. est æquale rectangulo G H D A. Vtrumq; enim factum est ex continuatione & bisegmento.

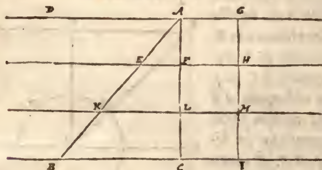
 Ergò

Ergò si recta bisecta continuetur, &c. quod demonstrandum erat.

Atq; hæc de lineis rectis, tanquam de lateribus triangulorum planorum, huc inserenda duximus. Nunc ad ipsa triangula plana reuertemur.

XLV. In triangulo plano parallela basi crura secat proportionaliter.

Schema V.



Vt, in triangulo plano A B C. si K L. parallela basi B C. abscindat de crure A C. partem tertiam: etiam de crure A B. partem tertiam abscindet, per 39. huius: adeòq; erunt:

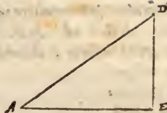
Vt AB, ad AC, ita AK, ad AL. Item:
Vt AK, ad BK, ita AL, ad CL. Item:
Vt AK, ad AL, ita KB, ad LC.

XLVI. Si plura triangula plana comparentur: TRIANGVLA ÆQVIANGVLA HABENT LATERA CIRCA ÆQVALES ANGVLOS PROPORTIONALIA: & contra *4. p. 6. Euclid.*

Hoc theorema præcipuum est totius Trigonometriæ fundamentum. Igitur præ cæteris cunctis diligenter & explicetur & attendatur.

DECLARA-



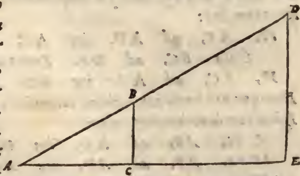


Schema XI.

DECLARATIO. Sint ergo duo triangula plana, A B C. *&* A D E. *æquiangula, sic ut anguli ad* B *&* D. *Item ad* A *&* A. *Item ad* C *&* E. *sibi mutuò sint æquales: Dico latera eorum esse circa æquales angulos proportionalia, hoc est, esse:*

I. Vt, A B *ad* B C, *ita* A D *ad* D E.
II. Vt, A B *ad* A C, *ita* A D *ad* A E.
III. Vt, A C *ad* C B, *ita* A E *ad* E D.

DEMONSTRATIO. Quia enim anguli B A C. *&* D A E. *sunt æquales, ex thesi: ideo si* A B. *ad* A D. *applicetur,* A C. *necessariò cadet in* A E, *& ex illa applicatione tale Schema existet. In quo schemate, quia latera* A B *&* A C. *coincidunt, & præterea anguli ad* B *&* D. *itemq; ad* C *&* E. *sunt æquales; ex thesi: Ideo latera reliqua* B C *&* D E. *necessariò erunt parallela, per 38. huius. Atqui in Triangulo plano recta parallela basi crura secat proportionaliter, per proximè præcedentem. Ergo in Triangulo* A D E. *recta* B C. *cum sit parallela basi* D E. *crura* A D. *&*



Schema XII.

 A E. secat

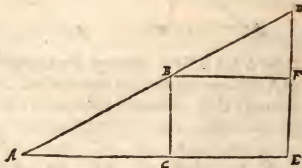
AE. secat proportionaliter: adeoq;

Vt, AB. *ad* AD. *ita* AC. *ad* AE.

Porrò, per punctum B. ducatur recta BF. parallela basi AE.

Hæc reliquũ crus DE cum crure DA. secabit proportionaliter in punctis B & F. per eandẽ proximè præcedentẽ: eritq; iam etiam:

Schema XIII.



Vt, AB, *ad* AD, *ita FE, ad DE.*

Siue, quod idem est:

Vt, AB, *ad* AD, *ita BC, ad DE.*

Nam FE & BC. æquantur per consectarium 39. huius. Præterea cum sint:

Vt, AB, *ad* AD. *ita* AC, *ad* AE, *& ita BC, ad DE. Erunt etiam:*

Vt, AC, *ad* AE. *ita BC, ad DE.*

Nam quæ uni tertio conueniunt, etiam inter sese conueniunt. Igitur iam in uniuersum erunt:

I. Vt, AB, ad AD, *ita BC. ad DE.*

II. Vt, AB, ad AD, ita AC, ad AE.

III. Vt, AC. ad AE. ita BC, ad DE.

Deniq;, quia ad effectum nihil inter est, utrum terminorum proportionalium intermediorum secundo uel tertio loco colloces: Erunt etiam permutatim:

I. Vt,

I. Vt, AB, ad BC, ita AD, ad DE.
II. Vt, AB, ad AC, ita AD, ad AE.
III. Vt, AC, ad BC, ita AE, ad DE.

Atq; adeò Triangula plana æquiangula, qualia hic sunt ABC, & ADE. latera habent circa æquales angulos proportionalia: quod demonstrandum erat.

ILLVSTRATIO per numeros. *Sit igitur AB. quinq; pedum: AD, decem: DE, sex. Quæritur BC. quot pedum? ℞. Trium. Nam*

AD — *DE* — *AB.*

Vt 10----ad----6.----ita----5.

30 / 10 (ad 3. BC.

Sit AC. quatuor pedum; BC, trium: DE, sex: Quæritur AE, quot pedum? ℞ Octo. Nam,

BC — *CA* — *DE*

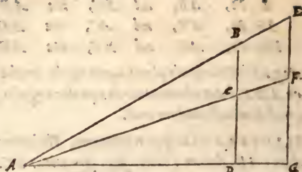
Vt---3----ad----4----ita----6

24 / 3 (ad 8. AE.

XLVII. Si plura Triangula plana componantur, & rectis parallelis intersecentur: intersegmenta sunt proportionalia: *hoc est, si (verbi gratia) Triangula duo EAF. &*

EAF. & FAG. componãtur & rectis parallelis BCD. & EFG. interſecentur: interſegmenta ſunt:

Schema XIV.



Vt, BC, ad EF, ita CD ad FG:

Vel:

Vt, BC, ad CD. ita EF ad FG: &c.

Per 39. huius: uel per proximè præcedentem. Nam Triangula ABC. & AEF: ſunt æquiangula; per 38. huius, propter BC & EF. parallelas. Igitur,

Vt, AC ad AF, ita BC ad EF:

Per proximè præcedentem. Atqui per eandem:

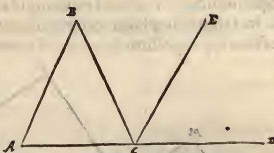
Vt, AC ad AF, ita CD ad FG:

Quæ uerò conueniunt uni tertio, etiam inter ſeſe conueniunt: Ergò ſunt etiam

Vt, BC ad EF, ita CD ad FG, &c.

XLVIII. Si Trianguli plani quodcunq; latus continuetur, angulus exterior per continuationem illam factus, eſt æqualis angulis duobus interioribus oppoſitis: *Vt ſi Trianguli plani ABC. latus AC continuetur in D. angulus BCD. exterior, erit æqualis duobus interioribus oppoſitis BAC. & ABC. Si enim ex puncto C. ſuſcitetur recta CE. parallela rectæ AB. angulus exterior BCD. erit compoſitus ex angulis ECD. & ECB. Atqui anguli ECD, & ECB.*

E C B. sunt æquales duobus interioribus oppositis B A C. & A B C. (nempe angulus E C D. angulo B A C: & angulus B C E angulo A B C.)



Schema XV.

per 38. huius: propter parallelas A B & C E. Ergo etiam angulus B C D. est æqualis duobus interioribus oppositis B A C & A B C. quod demonstrandum erat.

XLIX. In Triangulo plano tres anguli sunt duobus rectis æquales: *Ut in Triangulo plano A B C, dico tres angulos A B C, B A C, & A C B. esse æquales duobus rectis. Anguli enim quilibet super eadem recta ad idem punctum concurrentes, sunt æquales duobus rectis, per 20. huius. Atqui anguli tres A B C. B C A. & B A C. æquipollent angulis tribus super eadem recta A D: ad idem punctum C. concurrentibus. Angulus enim B C A est communis: anguli uerò E C D & E C B. angulis B A C & A B C sunt æquales, per proximè præcedentem. Ergo anguli tres A B C, B C A & B A C. sunt æquales duobus rectis. Quod demonstrandum erat.* Hinc: Vide Schema XV.

I. In Triangulo plano non potest esse nisi unus rectus uel obtusus.

II. Et uno existente recto uel obtuso, cæteri duo necessariò sunt acuti.

III. Et, duorum quorumcunq; tertius est ad duos rectos complementum.

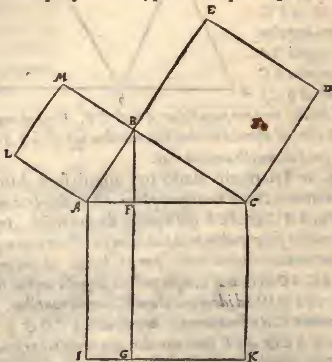
IV. Hinc deniq;: Si duo Triangula binis angulis sint

D æqui-

æquiangula, prorsus sunt æquiangula.

L. In Triangulo plano rectangulo, latera includentia rectum æquè possunt hypotenusæ, *penult. primi Euclid.*

Schema XVI.



DECLARATIO. In Triangulo plano A B C rectangulo ad B. dico latera A B & B C. includentia rectum A B C. æquè posse hypotenusæ A C. hoc est, quadrata laterum A B & B C. nempe quadrata A L M B. & B E D C. simul sumta, esse æqualia quadrato hypotenusæ, A C. nempe quadrato A C K I.

DEMONSTRATIO. Si enim ex recto B. descendat perpendicularis B F G. ex quadrato A C K I. fiunt oblonga duo A F G I & F C K G. quæ sunt æqualia, hoc quidem quadrato

BEDC: illud

B E D C. illud autem quadrato A L M B. Ergo & quadratum A C K I. ex duobus illis oblongis compositum est æquale duobus quadratis A L M B *&* B E C D. *Quod autem duo oblonga A F G I & F* C *K G. duobus quadratis* A L M B *& B E D C. sint æqualia, id de singulis in specie: ac primum quidem de oblongo* A *F G I. sic probatur:*

Si tres rectæ sint proportionales, quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum, per 43. huius.

A*tqui tres rectæ, A I,* A *B, &* A *F, sunt proportionales; hoc est, habent sese, ut A I ad* A *B, ita* A *B ad A F.*

Ergo quadratum ex A B, æquatur oblongo ex A *I. &* A *F.*

Minor probatur. Triangula enim A B C *&* B A *F. sunt æquiangula, propter communem ad* A *& rectos ad B. & F. per 4. c. 49. huius. Ergò per 46. huius, Vt* A *C. (cui æqualis est* A *I.) ad* A *B. ita A B. ad A F.*

Simili prorsus modo probatur, oblongum F C *K G. esse æquale quadrato B E D* C. *Triangula enim* A *B* C *& B C F. sunt æquiangula, propter communem ad C. & rectos ad B & F. per 4. c. 49. huius. Ergo per 46. huius, Vt* A C *ad B C ita B C ad F C. adeoq; per 43. huius, quadratum ex B C. est æquale oblongo ex* A C *siue K C & F C.*

In triangulo igitur plano rectangulo latera includentia rectũ æquè possunt hypotenusæ. Quod demonstrandum erat.

Consectarium:

Igitur in Triangulo plano rectangulo, datis lateribus quibuscunq; duobus, datur tertium. *Vt si dentur duo latera includentia rectum A B & B C. partium 3. & 4. iunctis eorum quadratis 9. & 16. in unam summam 25. & radice inde extracta, reperietur hypotenusa A C. partium 5.*



Contra, si detur hypotenusa partium quinq; & alterum includentium rectum, partium trium, subtracto quadrato trium partium de quadrato quinq; partium: hoc est, subtracto quadrato 9. de quadrato 25. & ex residuo 16. extracta radice quadrata, reperietur alterum includentium rectum, partiũ 4.

Scholia de extractione radicis quadratæ.

I. Si post extractam radicem quadratam ex aliquo numero fractiones aliquæ superfuerint, radicem duplicatam & insuper unitate auctam, fractionibus illis subnotabis: hoc modo:

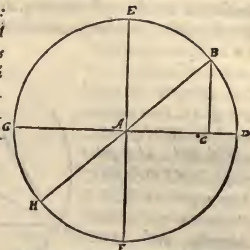
$$\overset{3}{12}\ (\ 3\tfrac{3}{7}$$

II. Radix, quæ huiusmodi fractiones adiunctas habet, nunq̃ est exactè uera. Nam radix exactè uera in se ipsam ducta, numerum unde extracta est, ad assem reddere debet. Atqui si radicem $3\frac{3}{7}$ in seipsam ducas, hoc est, si $3\frac{3}{7}$ per $3\frac{3}{7}$ multiplices, non procreabis inde numerum 12. unde radix $3\frac{3}{7}$ est extracta, sed tantum $11\frac{37}{49}$. Qua de re uide Ramum in elementis Geometricis, elemento octauo libri XII. Et Lazarum Schönerum in scholijs & tractatibus ad Arithmeticam Rami adiunctis.

LI. In Triangulo plano rectangulo, latera includentia rectum ad hypotenusam plerumq; sunt irrationalia, hoc est, numero exacto datæ mensuræ cuiuscunq; inexplicabilia. *Causa patet ex Scholio secundo proximè præcedentis.*

LII. In Triangulo plano rectangulo, acutorum alter est alterius complementum. *Per 49. huius. Facilimè etiam probatur hoc modo: In Triangulo plano A B C, rectangulo ad C. angulus A B C. acutorum alter, est æqualis angulo BAE per.*

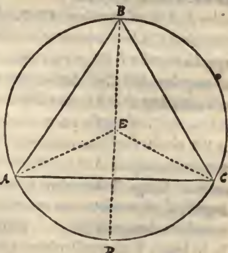
BAE. per 38. huius: propter parallelas EA & BC. Atqui angulus EAB est complementũ anguli BAC per structuram. Ergo etiam angulus ABC. est complementum anguli BAC.



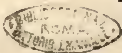
Schema XVII.

LIII. Si Triangulum planum circulo sit inscriptum, anguli ad circumferentias oppositas sunt subdupli: *Vt, si in circulo ABC. circumferentia BC sit 120. graduum. Angulus BAC. circumferentiæ BC. oppositus erit 60. graduum. Ratio est:*

Quia circumferentia tota ABC est 360. graduũ, per 7. huius. Anguli uero tres trianguli ABC Circulo inscripti sunt 180. graduum per 49. huius. Ergo ut circumferentia quæque est tertia pars de 360: Ita angulus quilibet circumferentiæ illi oppositus est tertia pars de 180.

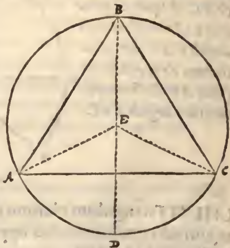


Schema XVIII.



Euidentius ita demonstratur, v. g. de angulo A B C. *Ex angulo dicto A B C ducatur per totum Circuli planum Diameter B E D. Ex centro uerò E. ad circumferentiam A B C D. ducantur duo radij E A & E C. Dico angulos partiales ABD. & DBC. esse subduplos ad angulos partiales A E D & DEC. Nam anguli A B E & B A E æquantur per 5. huius.* Angulus *uerò A E D æqualis est angulis A B E. & B A E. simul sumtis, per 48. huius. Ergo angulus* A *E D. ad angulum A B D. est duplus. Similiter,* A*nguli EBC & E C B. sunt æquales per 5. huius. Et his utrisq; simul est æqualis angulus DEC. per 48. huius. Ergo etiam angulus DEC ad angulum D B C. est duplus. Quia igitur partes anguli* AEC *ad partes anguli A B C sunt duplæ: ideo etiam totus A E C ad totum ABC. est duplus: ac proinde angulus A B C. ad angulũ A E C & per consequens etiam ad arcum A D C. tanquam ad mensuram anguli* A *E C. est subduplus. Idem iudicium est de cæteris. Si ergò Triangulum planum Circulo sit inscriptum, anguli ad circumferentias oppositas sunt subdupli : quod demonstrandum erat.* Hinc

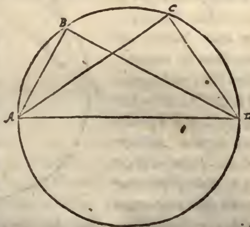
Schema XVIII.



I. Si latus Trianguli plani circulo inscripti sit diameter, angulus illi oppositus est rectus : *hoc est, 90. graduũ : quippe oppositus semicirculo, qui est 180. graduum.*

II. Si

1I. Si plura Triangula plana eidem circuli ſegmento ad eandem baſin inſcribantur, ſunt in faſtigijs æquiangula. *Vt Triangula duo* A *B D & A C D. inſcripta eidem Circuli ſegmento A B CD .ad eandem baſin* A *D. ſunt in faſtigijs B & C æquiangula. Vtriq; enim angulo, nempe, tàm angulo* A *C D. quàm angulo* A *B D, opponitur eadem circumferentia A D.*



Schema XIX.

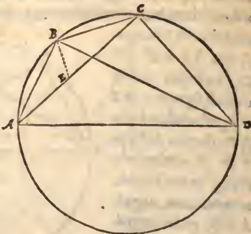
LIV. Si duo Triangula plana eidem circuli ſegmento ad eandem baſin inſcripta, ſupernè connectantur: ſic ut inde exiſtat figura quadrilatera, diagonijs interſecta: Rectangulum diagoniorum eſt æquale rectangulis oppoſitorum laterum ſimul ſumtis. *Ptolomæus, Copernicus.*

DECLARATIO. Sint duo triangula A B D & A C D. eidem circuli ſegmento A *B C D. ſuper eandem baſin A D. inſcripta, & ſupernè per rectam B* C*. connexa: ut exiſtat inde figura quadrilatera A B C D. Dico rectangulum diagoniorum A* C *& B D. æquale eſſe rectangulis oppoſitorum laterum* A *B &* C *D. Item B* C *& A D. ſimul ſumtis.*

DEMONSTRATIO. Si enim ad punctum B conſtituas angulum

angulũ A B E. æqualem angulo D B C. & ita diagonium A C. per rectam B E. seces in duas partes ad punctum E. manifestum fiet: rectangula B D & E C. Item BD & A E. esse æqualia rectangulis B C & A D. Item C D & A B. Nam, si quatuor rectæ sint proportionales, rectangulum mediarum æquatur rectangulo extremarum per 42. huius.

Schema XX.



Atqui quatuor rectæ B D, D A, B C & C E. sunt proportionales. Nam, quia Triangula A B D & B C E. sunt æquiangula propter æquales B C A & B D A. per c. 2. præcedentis, Item propter æquales A B D & E B C. (qui sunt æquales propter eundem E B D. additum ad æquales A B E & D B C.) & deniq; propter æquales B E C & B A D. per c. 4. 49. huius. Ideo latera eorum sunt, Vt, B D ad D A, ita B C ad C E. Similiter quatuor rectæ B D, D C, B A, & A E, sunt proportionales. Nam, quia Triangula B D C & B A E. sunt æquiangula propter æquales BDC & BAE. per c. 2. præcedentis: Item propter æquales D B C & A B E. ex thesi: & deniq; propter æquales B C D & B E A. per c. 4. p. 49. huius. Ideo latera eorum sunt, Vt B D. ad D A. ita B A ad A E.

Ergo rectangulum rectarum D A & B C. æquatur rectangulo

rectarum

rectarum B D & C E: Similiterq; rectangulum rectarum D C & B A. aquatur rectangulo rectarum B D & A E. Et contra, Rectangula B D. & C E, Item B D & A E. aquatur rectangulis D A & B C, item D C & B A.

Atqui, rectangula B D & C E: Item B D & A E sunt rectangulum B D & A C. per 41. huius.

Ergo Rectangulum diagoniorum B D & A C. est aquale rectangulis laterum binorum oppositorum D A & B C: Item D C & B A. simul sumtis: quod demonstrandum erat.

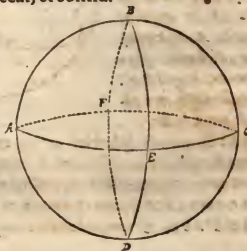
Hactenus de Triangulis planis: sequitur de sphaericis.

L V. Trianguli sphærici latera sunt arcus circulorum maximorum sigillatim quadrantibus minores.

L VI. Circulus sphæræ maximus est, qui totam sphæram in duo hemisphæria dividit: adeoq; á polis suis undiq; per quadrantem circuli itidem maximi distat.

L VII. Si maximus sphæræ circulus per maximi polos transeat, rectè eum secat; & contra.

Sit maximus sphæræ circulus A E C, eiusq; poli B & D. per quos polos B & D. transeat alius circulus maximus B E D. Dico, quod maximus B E D. maximum A E C. rectè secet ad E & F. Polo enim E uel F. describatur circulus itidé maximus A B C D.

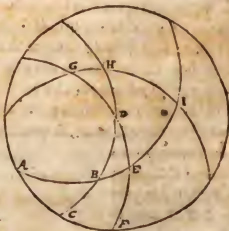


Schema XXI.

manifestum est huius arcus A B. B C. C D. D A. fore mensuras angulorum ad E & F. per 6. huius. Atqui arcus AB, BC, CD, DA, sunt quadrantes, per proximè præcedentem. Ergo anguli ad E & F. sunt recti, per 15. huius. Quod demonstrandum erat.

LVIII. Mensura anguli sphærici, si in circulo maximo accipiatur, est arcus Circuli maximi ex angulari puncto descripti, inter crura quadrante tenus continuata interceptus: *per. 7. & 56. huius. Vt, anguli sphærici B A C. mensura non est arcus BC. sed arcus E F. inter crura A B & A C. quadrante tenus, nempe usq; ad E & F. continuata interceptus. Quia non arcus B C, sed arcus E F. est ex angulari puncto A describtus. per 56. huius. Ergo arcus BC. anguli BAC mensura esse non potest. per 7. huius.*

Schema XXII.



LIX. Si anguli sphærici crura continuata concurrant, semicirculos efficiunt, & comprehendunt angulum angulo prædicto & opposito æqualem: *Vt, Anguli* B A C *crura* A B *&* A C. *continuata in* D. *efficiunt semicirculos* A B D *&* A C D. *& comprehendunt angulum* B D C. *angulo*

B A C. *æqua-*

Schema XXIII.

B A C. *æqualem: quia idem arcus* G H *utrumq; illum angulum metitur, per proximè præcedentem.*

LX. Triangulum ſphæricum quodlibet ex quouis angulari puncto habet oppoſitum ſibi Triangulum aliud, cuius baſis eſt eadem, & angulus baſi oppoſitus: reliquæ partes, ſunt partium prioris Trianguli complementa. *Vt, Triangulum* B A C. *ex puncto angulari* A *habet oppoſitum ſibi Triangulum* B D C. *cuius eadem eſt baſis* B C. *& angulus baſi oppoſitus* B D C. *per proximè antecedentem. Latera uerò* B D *&* C D. *ſunt laterum* A B *&* A C. *complementa ad ſemicirculum per eandem. Anguli deniq;* D B C *&* D C B. *ſunt angulorum* A B C *&* B C A. *ad duos rectos complementa per 21. huius.*

LXI. Trianguli ſphærici latera in angulos, & contra, permutari poſſunt: complementis ad ſemicirculum pro latere & angulo maximo hinc inde ſumtis. *Sit Triangulum ſphæricum A B C. obtuſangulum ad B. Anguli A. menſura ſit D E. Anguli B. acuti (qui complementum eſt B. obtuſi, & in dato Triangulo maximi) menſura ſit F G. Anguli C. menſura ſit H I. Arcui D E. æquatur K L: quia KD & LE. ſunt quadrantes & commune eorum complementum eſt L D.*

Arcui F G. æquatur L M: quia L G & F M. sunt quadrantes & commune eorum complementum est L F. Arcui HI. æquatur K M. quia K I & M H: sunt quadrantes, & commune eorum complemẽtum est KH: Ergò angulis Trianguli A B C. æquantur latera Trianguli KLM pro angulo maximo A B C. eius complemento F B G. assumto.

Schema XXIV.

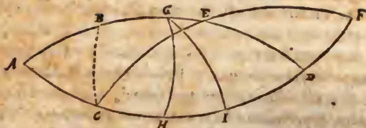


Pari ratione demonstrari potest, Trianguli A B C. latera esse æqualia angulis Trianguli K L M. Latus enim A C. æquatur arcui D I. mensuræ anguli D K I. complementi obtusi M K L. Latus A B. æquatur arcui O P. mensuræ anguli M L K. Latus deniq; B C. æquatur arcui F H. mensuræ anguli L M K. Sunt enim quadrantes AD & CI. AP & O B, B F & C H. Et communia binorum complementa C D, A O, C F. Trianguli igitur sphærici latera in angulos, &c. permutari possunt, quod demonstrandum erat.

LXII. Triangulum sphæricum rectangulum aut unũ habet rectum, aut plures uno.

LXIII. Vnum rectum, vel cum duobus acutis, Vt, B A C. uel cum duobus obtusis, Vt B D C. uel cum obtuso & acuto, Vt C D E;

Angulos



Schema XXIIII.

Angulos enim ad A *&* D. *nunc fingimus esse rectos.*

LXIV. Triangulum sphæricum rectangulum cum duobus acutis habet ex angulo recto oppositum sibi Triangulum rectangulum cum duobus obtusis: & contra: *Vt uidere est in Triangulis rectangulis* BAC. *&* BDC.

LXV. Trianguli sphærici rectanguli cum duobus acutis latera singula sunt quadrantibus minora, *Vt in* ABC.

LXVI. Trianguli sphærici rectanguli cum duobus obtusis latera duo sunt quadrantibus maiora: tertium quadrante minus. *Vt in* BDC.

LXVII. Triangulo sphærico rectangulo cum acuto & obtuso opponitur ex acuto Triangulum rectangulum cum duobus acutis. *Vt Triangulo rectangulo* CDE. *cum acuto* ECD. *& obtuso* CED. *opponitur Triangulum rectangulum* EDF. *cum duobus acutis ad* E *&* F.

LXVIII. Trianguli sphærici plures rectos habentis, latera rectos subtendentia sunt quadrantes. *Causa est: quia v. g. in Triangulo* AGH, *si circuli maximi* AG *&* AH. *secent maximum* GH. *angulis ad* G *&* H *rectis,* A *est polus maximi* GH. *per 57. huius.* AG. *uerò &* AH *sunt quadrantes.*

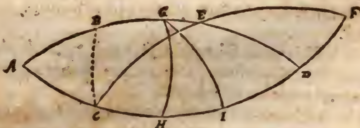
 per 56.

per 56. huius. Quod si ergo angulus ad A. *etiam sit rectus, etiã* G H. *est quadrans, per 58. & 15. huius.*

Vide Schema XXIII. LXIX. Triangulum sphæricum plures rectos habens, habet tres uel duos rectos: adeoq; de lateribus, tres uel duos quadrantes. *Vt si angulum ad* A *ponas rectum, Triangulum sphæricum* A G H. *habebit tres rectos angulos ad* A, G *&* H. *& idcirco etiam tria latera,* A G, G H, A H. *quadrantes. Sin eundem ad* A *ponas acutum, Triangulum sphæricum* A H G. *habebit duos rectos, ad* G *&* H, *& idcirco etiam duo latera* A G *&* A H. *quadrantes.*

LXX. Si Trianguli sphærici duos rectos habentis tertius angulus sit acutus, tertium latus est quadrante minus: sin obtusus, maius. *Vt in Triangulo sphærico* H G I.

Schema XXIII.



acutangulo ad G. *tertium latus* H I. *est quadrante minus. In Triangulo sphærico* A G I. *obtusangulo ad* G. *tertium latus* A I. *est quadrante maius.*

LXXI. Triangulum sphæricum obliquangulum aut constat ex puris acutis uel obtusis: aut ex his utrisq; mixtis.

LXXII. Triangulo sphærico purè acutangulo opponitur Triangulum sphæricum cum duobus obtusis & uno

uno acuto: & contra. *Vt, si anguli ad* A *&* D *fingantur acuti, Triangulo* A B C. *purè acutangulo opponitur Triangulum* B D C. *cum duobus obtusis ad* B *&* C. *& uno acuto ad* D.

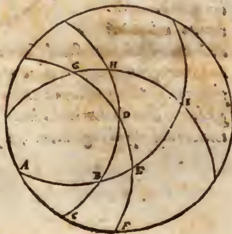
LXXIII. Triangulo sphærico purè obtusangulo opponitur Triangulum sphæricum cum duobus acutis & uno obtuso: & contra. *Vt, si anguli ad* A *&* D *fingantur obtusi, Triangulo purè obtusangulo* B D C. *opponitur Triangulum* A B C. *cum duobus acutis ad* B *&* C. *& uno obtuso ad* A.

LXXIIII. Trianguli sphærici cuiuscunque, tres anguli sunt duobus rectis maiores.

De Triangulis sphæricis plures uno rectos uel obtusos, siue solos siue mixtos, habentibus: res per se est manifesta.

De Triangulis sphæricis duorum uel trium acutorum, ita demonstrari potest.

In Triangulo sphærico duorum acutorum A B C. rectangulo ad C. acutangulo ad A & B. mensura acuti B A C. est arcus E F. mensura uerò acuti A B C uel D B E. non est arcus D E sed H I. per 58. huius. Atqui arcus E F & D E quadrantem complent. Ergo arcus E F & H I. coniunctim quadrante sunt maiores. Et per consequens etiam anguli his arcubus respondentes, nempe, anguli B A C & A B C. coniunctim quadrante, hoc est, angulo recto sunt

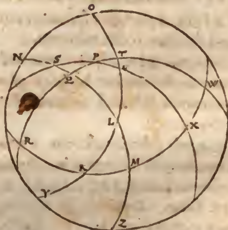


Schema XXII.

cto sunt maiores. ACB. uerò est rectus, ex thesi. Ergo in Triangulo sphærico duorum acutorum ACB. tres sunt anguli duobus rectis maiores.

In Triangulo Sphærico merè acutangulo KLM. mensura acuti ad L. est arcus NO. mensura acuti ad K. est arcus VX. mensura acuti ad M. est arcus QR. Atqui hi tres arcus, NO, VX, & QR, simul sumti duobus quadrantibus sunt maiores. Duorum enim arcuum QR. & VX. complementa PV. & PQ. simul sumta sunt minora quàm arcus NO. per structuram. Ergo arcus NO. mensura tertij anguli est maior quàm complementa reliquorũ duorum angulorum simul sumta. Et per consequens etiam angulus tertius est maior, quam pro reliquorum duorum complementis. Adeoq., etiam in Triangulis sphæricis merè acutangulis tres sunt duobus rectis maiores. Subtiliorem demonstrationem uide apud Regiomon. 49. p. 3.

Schema XXV.



BARTHOLO-

BARTHOLO-
mæi Pitiſci Grunbergenſis

TRIGONOMETRIÆ
LIBER SECVNDVS.

De neceſſarijs ad dimenſionem Triangulorum tabulis Sinuum, Tangentium & ſecantium.

I. Triangula ſic ſunt. Dimẽſio Triangulorũ eſt ignotorum in Triangulis ſiue laterum ſiue angulorum, ex notis tribus ſiue lateribus ſiue angulis, ſiue puris ſiue mixtis, inuentio. *Dicitur etiam ſolutio Triangulorum: itẽ calculus Triangulorum.*

(Sunt in Triangulis præter angulos & latera, etiam areæ. Sed illarum dimenſio neq; Triangulorum eſt propria. Nam & aliarum quarumcunq; figurarum areas metimur. Neq; primò Triangulis ineſt: ſed à quadrangulis ad Triangula deriuatur. ideo huc non pertinet.)

II. Dimenſio Triangulorum perficitur per auream Arithmeticæ regulam: quæ docet de quatuor numeris inter ſeſe proportionalibus, datis tribus quibuscunq;, reperire quartum.

III. Ergo ad dimenſionem Triangulorum & proportiones omnium Trianguli partium inter ſeſe certas, & easdem numero explicatas eſſe oportet.

IV. Proportiones omnium Trianguli partium inter ſeſe certæ eſſe non poſſunt: niſi, quicquid eſt in Triangulis curui lineum: (ut ſunt in uniuerſis, menſuræ angulorum, & in ſphæricis etiam latera) ad lineas rectas reducatur. Nam curui, neq; ad curuum neq; ad rectum

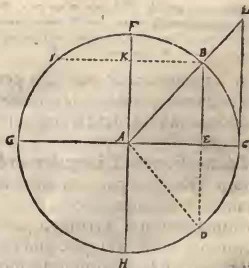
inuenta est huc usq; proportio: neq; fortassis inuenietur unquam.

V. Curuæ lineæ ad rectas reducuntur per definitionē quantitatis, quam habeant rectæ ad circulum applicatæ, respectu radij.

VI. Rectæ ad circulum applicatæ sunt sinus, tum recti tum uersi: lineæ item tangentes & secantes.

VII. Sinus rectus est semissis subtensæ dupli arcus. *Vt, sinus rectus arcus B C uel B G, est recta B E, semissis subtensæ dupli arcus B C uel B G. hoc est, semissis rectæ B E D, quæ arcum B C D uel B G D. subtendit. Sic sinus rectus arcus B F uel B H. est recta BK. quippe semissis rectæ B K I. quæ duplum arcum B F uel B H, nempe arcum B F I uel B H I. subtendit.*

Schema XXVI.



Consectaria.

I. Sinus ergo rectus arcus quadrante minoris & maioris

ioris usq; ad ſemicirculum eſt idem. *Vt, ſinus rectus arcus B C. & BG. eſt eadem recta B E quippe ſemiſsis recta BED. quæ tam arcum B G D quam arcum B C D. ſubtendit.*

2. Ac proinde ſinus rectus complementi quandocũq; dicitur: intelligitur tantum ſinus rectus complementi arcus quadrante minoris. *Vt, ſinus rectus complementi B C nempe arcus B F eſt recta B K.*

3. Sinus rectus omnis eſt in diametrum ex altero arcus termino ductam perpendicularis. *Quia enim in Triangulo A B D. laterum æqualium A B & A D. ſemidiameter A C, á concurſu laterum æqualium ducta, biſecat baſin B D. ad E. per definitionem ſinus recti: ideo eſt in eam perpendicularis: & hæc viciſsim in illam, per 23. p. 1.*

4. Sinus rectus complementi eſt æqualis ſegmento diametri ſiue radij inter ſinum rectum arcus & centrũ intercepti. *Vt, ſinus rectus complementi B F. nempe recta B K. eſt æqualis recta E A. per c. 39. p. 1.*

VIII. Sinus uerſus eſt ſegmentum diametri inter ſinum rectum & circumferentiam interceptum. *Vt, ſinus uerſus arcus B C eſt ſegmentum diametri E C. ſinus uerſus arcus B G eſt ſegmentum diametri G E.*

Ergo ſinus uerſus alius eſt maior, alius minor.

Sinus uerſus maior, eſt ſinus uerſus arcus quadrante maioris: ut G E.

Sinus uerſus minor eſt ſinus uerſus arcus quadrante minoris: ut E C.

IX. Tangens eſt recta á ſecante per alterum arcus terminum ducta in extremitatem diametri ad alterum arcus terminum perpendicularis. *Vt arcus B C tangens eſt recta L C.*

X. Secans eſt recta per alterum arcus terminum usq; ad ſummitatem tangentis ducta. *Vt arcus B C ſecans eſt recta A L.*

XI. Definitio quantitatis, quam habent rectæ ad circulum applicatæ, reſpectu radij, eſt conſtructio tabularum ſinuum, Tangentium, & Secantium. *Rheticus tabulas illas uocat Canonem doctrinæ Triangulorum. Et ſinus quidem rectos uocat perpendicula & baſes primæ ſeriei. Sinus uerò uerſos omittit. Tangentes deniq; & Secantes uocat, illas quidem perpendicula aut baſes, has uerò hypotenuſas, ſecundæ & tertiæ ſeriei.*

XII. Tabulæ ſinuum rectorum ſimpliciter ſunt neceſſariæ: cæteræ non item. *Nam ſine tabulis ſinuum rectorũ Triangulum nullum ſolui poteſt: per ipſas autem omnia ſolui poſſunt. Itaq; cæteræ tabulæ non niſi compendiorum gratia ſunt inuentæ.*

XIII. Tabulæ ſinuum rectorum, Tangentium item & Secantium, non ulterius extenduntur, quàm uſq; ad quadrantem. *Nam arcuum quadrante maiorum ſinus recti iidem ſunt, qui minorum: per 7. huius. Tangentes uerò & Secantes arcuum quadrante maiorum eſſe nullæ poſſunt. per 9. & 10. huius.*

XIV. Tabulæ ſinuum uerſorum, usq; ad ſemicirculum extendi poſſunt. *Nam alius eſt ſinus uerſus arcus quadrante minoris, alius eſt ſinus uerſus arcus quadrante maioris: per octauam huius.*

XV. Tabulæ Sinuum Tangentium & Secantium uulgò conſtruuntur ad ſingula ſcrupula prima. Rheticus conſtruxit ad decades ſcrupulorum ſecundorum.

XVI. Ad

XVI. Ad constructionem tabularum Sinuum, Tangentium & Secantium, ante omnia radius certarum partium est assumendus.

XVII. Quarumcunq; partium radius assumatur, Sinus, Tangentes & Secantes ad eum ferè omnes sunt irrationales, hoc est, numero partium integrarum uel etiam fractionum præcisè uerarum inexplicabiles. per 51. p. 1. Itaq; tabulæ Sinuum, Tangentium & Secantium exactæ dari nullo modo possunt. Tales autem dari & possunt & debent, in quibus nullus numerus absit á uero per integram earum partium quarum radius est assumtus. *Vt si radius sit assumtus partium centies mille, ut in nostris tabulis: nullus earum tabularum numerus debet abesse á uero per unam particularum centies millesimarum.*

XVIII. Hanc accurationem ut assequaris, uel fractiones in supputandis tabulis non negligas: uel radium multò quam pro tabularum hypothesi maiorem ad constructionem tabularum assumas oportet.

XIX. Atqui fractiones simul cum integris ad calculum adhibere ualde tædiosum est. Ergo radius ad constructionem tabularum tantus assumatur, quantus si assumatur, error in tot á sinistra numeris, quot in tabulis collocatos uolumus, inesse nullus possit: numeri uerò á dextra uersus sinistram erronei post supputationem finitam abscindantur. *Sic Regiomontanus, cum uellet supputare tabulas Sinuum ad partes radij 6000000. assumsit radium particularum 60000000000: & finitâ supputatione de singulis sinibus ita repertis á dextra sinistrorsum abscidit notas quatuor. Sic Rheticus cùm uellet tabulas sinuum*

 suppu-

supputare ad partes radij 10000000000, assumsit radium particularum 1000000000000000: & finita supputatione de singulis sinibus á sinistra dextrorsum abscidit notas quinq;. Nos quia non tabulas supputare, sed tantum earum supputandarum rationem iuuentuti ostendere uolumus, exempli causa tantum assumemus radium particularum 100000, quo citius harũ rerum studiosi exempla nostra omnia ad calculum reuocare, & ita ueritatem præceptorum nostrorum experiri possint.

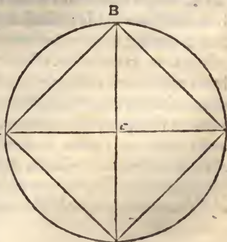
XX. Assumto radio partium quarumcunq; principiò sinus rectos omnium arcuum quadrante minorum iisdem in partibus inquires: tum ex sinibus illis rectis, sinus uersos, Tangentes item & Secantes deduces.

XXI. Sinus recti quoad constructionem tabularum, sunt primarij uel secundarij. Sinus primarij dicuntur á quibus reliqui deducuntur.

XXII. Sinus primarij cõmodissimè statuũtur tres nẽpe semisses laterũ Quadranguli, Sexanguli & Decanguli circulo inscriptorũ, hoc est, sinus graduum 45. 30. & 18.

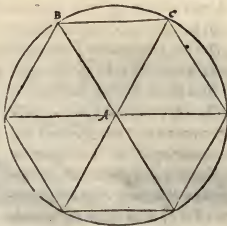
XXIII. Latus Quadranguli circulo inscripti æquè potest duobus radijs. *Vt, latus AB æquè potest duobus radijs AC & CB. per 50. p. 1. At radius unus partium 100000. potest quadratũ 10000000000 Ergo radij duo possunt quadratũ 20000000000 Quadratum ergo lateris* AB est

Schema XXVII.



A B est 20000000000. Huius autem radix est 141421. & eius semissis 70710. Ergo sinus graduum 45. est 70710.

XXIV. Latus Sexanguli circulo inscripti est æquale radio. *Sit enim latus Sexanguli circulo inscripti B C. Quia igitur B C. arcus est sexaginta partium, ex thesi: ideo etiam angulus B A C. est sexaginta partium per sextam primi. Ac proinde anguli A B C & A C B. simul sumti sunt 120. partium per 49. primi. Atqui anguli ABC & ACB. sunt æquales per 5. primi. Nam latera A B & A C. ipsis opposita sunt æqualia: quippe duo radij. Ergo unusquisq; eorum angulorum est 60. partium. Atqui tot partium erat etiam angulus B A C. Ergo triangulum A B C. est æqualium angulorum. Igitur & æqualium laterum per 5. p. 1. Atqui latera A B & A C. sunt radij: per structuram. Igitur etiam latus B C. est radius. Latus itaq; Sexanguli circulo inscripti est æquale radio: quod demonstrandum erat. Quod si ergo Radius siue latus Sexanguli ponatur partium 100000. Sinus graduum 30. siue semiradius erit præcise partium 50000.*



Schema XXVIII.

XXV. Latus Decanguli circulo inscripti est maius segmentum radij proportionaliter secti. *Hic igitur primùm ostendendum est, quid sit radium uel datam quamcunq; rectam proportionaliter secare: deinde demonstrandum est,*

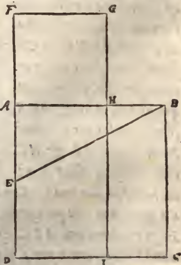
quod

quod latus Decanguli sit maius segmentum Radij proportionaliter secti.

De primo.

Datam quamcunq; rectam proportionaliter secare, est ita eam secare, ut se habeant, sicut tota ad segmentum maius, ita segmentũ maius ad segmentum minus. *Sectio illa perficitur in hunc modum. Ex data recta A B fiat quadratum A B C D. & ex angulo illius quadrati B per rectam B E recta A D rectæ datæ A B æqualis bisecetur in E. Tum bisecanti E B statuatur æqualis E F, ut appareat differentia bisegmenti E A & bisecantis E B siue E F, quæ differentia est A F. Deniq, ex differentia bisegmenti & bisecantis, nempe ex recta A F. fiat quadratum A F G H. & G H porrò producatur ab H in I. ut fiat oblongum D F G I.*

Schema XXIX.



Dico rectam datam A B. proportionaliter sectam esse in H. siue quod idem est: dico differentiam bisegmenti E A & bisecantis E B uel E F. nempe rectam A F cui æqualis A H, esse segmentum maius rectæ A B proportionaliter sectæ, hoc est: esse, ut A B ad A H. ita A H ad H B. Rectangula enim æqualia habent latera reciprocè proportionalia. per 2. consf. 42. p. 1. Atqui quadratum A F G H & oblongum H B C I sunt rectangula æqualia. Si enim ab æqualibus auferantur æqualia: quæ restant sunt æqualia. Atqui oblongum D F G I. & quadratũ A B C D. sunt inter sese æqualia.

Nam

Nam uni tertio, nempe quadrato E F siue E B. minus quadrato E A sunt æqualia. Oblongum enim D F G I. est æquale quadrato E F minus quadrato E A. per 44. p. 1. Quadratum uerò A B C D. est æquale quadrato E F siue E B minus quadrato E A. per 50. p. 1.

Ergo si ab oblongo D F G I, & quadrato A B C D. æqualibus, auferas æquale oblongum A H I D. rectangula quæ restabunt, nempe quadratum A F G H & oblongum H B C I erunt rectangula æqualia: adeoq; habebunt latera reciprocè proportionalia. Ac proinde erunt, ut H I (cui æqualis A B) ad A H, ita A H ad H B. Quod demonstrandum erat.

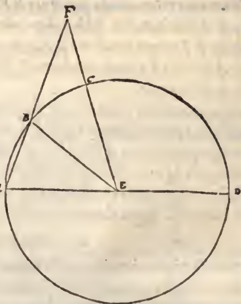
Consectarium.

Si recta proportionaliter secta maiore sui segmento continuetur, recta sic continuata in ipso continuationis puncto proportionaliter secta erit. Nam oblongum ex continuata & continuatione factum, est æquale quadrato datæ, hoc est, oblongum FGID est æquale quadrato ABCD. ut modò demonstratũ fuit. Ergo, ut D F ad D C, ita D C ad D I siue A F. &c.

De Secundo.

Sit ergo nunc in circulo A B C D, maius segmentum radij proportionaliter secti, subtensa A B. Dico quod decimam circuli siue quintam semicirculi A B C D. partem subtendat.

Continuetur A B toto radio B F ut recta A F ex radio & maiore segmento radij composita proportionaliter secetur in B: per consectarium demonstrationis proximè præcedentis. Et porrò ab F in E ducatur recta F E. constituens cum rectis A F & A E. Triangulum A F E. Ab E uerò in B. ducatur



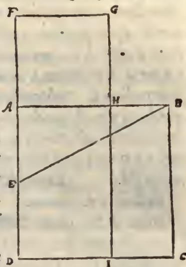
radius E B constituens cum rectis A B & A E Triangulum A B E. Hæc duo Triangula, Triangulum inquam A B E, & Triangulum A F E. crura habent inter sese proportionalia. Nã ut tota A F ad maius suum segmentũ B F uel A E, sic tota A E ad maius suum segmentum A B. Ergo sunt æquiangula, per 46. p. 1. Ac proinde angulus A F E. est æqualis angulo B E A. Atqui anguli B F E & F E B. æquantur per 5. p. 1. propter æqualia latera ipsis opposita B E & B F. Ergo & anguli F E B & B E A æquantur. Atqui etiam anguli F A E & F E A æquantur per 26. p. 1. Nam cum Triangulum B E A sit æquicrurum, etiam Triangulum A F E. æquicrurum esse necesse est. Alioqui Triangula æquiangula non essent. Ergo angulus F A E est duplus anguli A F E. Adeoq; anguli duo A F E & F A E. simul sumti sunt æquales tribus angulis eiusmodi, quales anguli sunt anguli duo F E B & B E A. Atqui porrò angulus F E D exterior est æqualis duobus interioribus oopositis, nempe angulis A F E & F A E. per 48. p. 1. Ergo angulus F E D. continet tres tales angulos, quales sunt anguli duo F E B & B E A. Et per consequens, angulus B E A siue potius eius mensura B A est quinta pars semicirculi A B C D.

Schema XXX.

Latus

Latus itaq; Decanguli circulo inscripti est segmentum maius radij proportionaliter secti: quod demonstrandum erat.

Porrò, ex diagrammate sectionis proportionalis apparet: quomodo segmentum maius radij proportionaliter secti sit inuestigandum. *Sit enim radius proportionaliter sectus* A B *semiradius* A E. *Recta ex semiradio* A E *& maiore segmento* A F *composita sit* E F *uel* E B. *Manifestum est si de summa quadratorum radij* A B *& semiradij* A E *nempe de quadrato* E B *extrahas radicē quadratam* E B *siue* E F, *& inde auferas semiradium* E A, *remanere segmentum maius radij proportionaliter secti* A F. *Iam, quadratum radij* 100000, *est*



Schema XXIX.

10000000000. *quadratum semiradij* 50000, *est* 2500000000. *Summa horum duorum quadratorū, id est, quadratum* E B *est*: 12500000000. *Radix* E B *uel* E F *est*: 111803. *Semiradius* E A *subtrahendus est* 50000. *Ergo latus Decanguli* A F *est* 61803. *Huius autem semissis est* 30901. *Ergo sinus graduum XVIII. est partium* 30901.

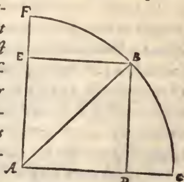
XXVI. Atq; hæc de tribus sinibus primarijs. Sinus secundarij, (hoc est, Sinus reliqui omnes) ex primarijs illis deducuntur per inuestigationem sinuum complementorum: arcuum item dimidiorum & duplorū: Sinuum deniq; summæ vel differentiæ duorum arcuum inæqualium coniunctim quadrante minorum:

eo ordine, quem mox ostendemus.

Dato sinu recto cuiuscunq; arcus: Sinum complementi reperire.

XXVII. Sinus complemenri reperitur per 50. p. 1.

Schema XXXI. *Nam sinus arcus & sinus complementi æquè possunt radio, ut sinus* B D *&* A D *(cui æqualis est* E B *per 4. c. 7. huius.) æquè possunt radio* A B. *Subtracto igitur quadrato* B D, *de quadrato* A B *relinquitur quadratum* A D. *Cuius radix* A D *uel* E B *est sinus complementi FB.* *Exemplum.*



Radius A B. *100000.*

Sinus BD. 50000. XXX gr.

Quadratum A B. 10000000000.

Quadratum BD. *2500000000. subtrahendum de Quadrato* AB.

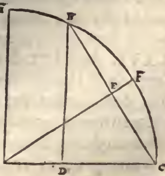
Residuum Quadratum A D, *7500000000.*

Huius radix 86602. est sinus AD *uel* EB. *arcus* F B. LX. *graduũ.*

Dato sinu recto & uerso cuiuscunq; arcus, sinum arcus dimidij reperire.

XXVIII. Sinus arcus dimidij rectissimè reperitur per eandẽ 50. p. 1. *Nam sinus rectus* B D *& uersus* DC *(qui reperitur subtracto sinu complementi* A D *de radio* A C) *æquè possunt subtensæ sui arcus* B C. *per 50. p. 1. cuius subtensæ dimidiũ* E C *est sinus arcus dimidij* F C. *per 7. huius.*

Schema XXXII.



Exemplum.

Exemplum.

BD. Sinus 86602. Arcus BC, 60. gr.
Eius quadratum. 7500000000.
DC. Sinus uersus 50000. arcus BC. 60. gr.
Eius quadratum 2500000000.
Summa horum duorum quadratorum 10000000000.
Inde extracta radicis BC ———— 100000.
Semissis EC. ———————— 50000.
Est sinus dimidij arcus FC. 30. graduum.

Dato Sinu recto arcus, unà cum sinu complementi, sinum arcus dupli reperire.

XXIX. Sinus arcus dupli facilimè reperitur per 46. p. 1. *Nam ut Radius* AB *ad sinum rectum arcus* BD, *nempe ad sinum* BC *uel* DE. *ita sinus complementi* AE *ad sinum* EI *uel* HG. *qui sinus* HG. *duplicatus, nempe sinus* FG. *est sinus arcus dupli* FD. *Ideo autem* GH *est dimidius sinus* FG. *quia in Trigono* FDG *recta HE. parallela basi* GD *bisecat crus* FD. *per structuram. Ergo etiam bisecat crus* FG. *per 45. p. 1.*

Schema XXXIII.

F H E B A G I C D

Exemplum.

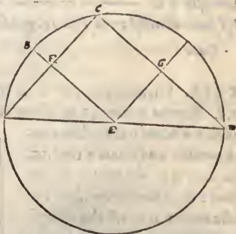
Vt, AB. 90. gr. ad BC. 35. gr. ita AE. 55. gr.
100000 57357 81915.

ad EI. siue HG 46984. cuius duplum FG. 93968. est sinus arcus FD 70. gr.

XXX. Sinus summæ uel differentiæ duorum arcuum inæqualium coniunctim quadrante minorum facilimè repe-

mè reperitur per 54. p. 1. hoc eſt per figuram quadrilateram circulo inſcriptam. *In qua inſcriptione etſi meræ ſunt ſubtenſæ, non ſinus: tamen, quia ſinus ſunt ſemiſſes ſubtenſarum: eadem autem eſt proportio totius ad totum, quæ dimidij ad dimidium: Ideo ſi ſubtenſis datis numeros ſemiſsium ſubtenſarum ſiue ſinuum attribuas, etiam ſubtenſæ inuentæ ſinus erunt. Hoc eſt, ut exemplo perſpicuo rem per ſe non nihil obſcuram illuſtremus: Si ſubtenſam* A D *habeas pro ſinu* A E, *ſubtenſa* A C *erit ſinus* A F *&* *ſubtenſa* C D *erit ſinus* C G *uel* F E. *Nam ut* A D *ad* A E *ita* A C *ad* A F *&* *ita* C D *ad* C G. *adeoq; ut* A D *eſt* A E *ſic* A C *eſt* A F. *& ſic* C D *eſt* C G. *per 46. p. 1.*

Schema XXXIV.



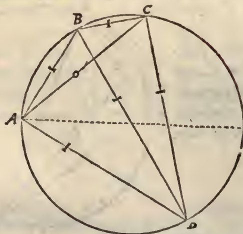
Quod ſi ſubtenſa A C *habeatur pro ſemiſſe ſubtenſæ* A F *etiam arcus* A C. *habebitur pro arcu* A B. *adeoq; totus circulus* ABCD. *ſecundum hanc hypotheſin non erit niſi partium 180.*

Datis ſinibus duorum arcuum inæqualium coniunctim quadrante minorum, unà cum ſinibus complementorum, ſinum ſummæ duorum illorum arcuum inuenire.

Sint ergo dati duo arcus inæquales A B *20. grad.* B C. *15. grad. eorumq; complementa* A D *70. grad.* C D. *75. gr. Et horum omnium ſinus.*

AB. 34202.

AB. 34202 ╳ AD. 93969.
BC. 25881. ╳ CD. 96592.
Vna cum radio BD. *100000.*



Schema XXXV.

Quæratur autem sinus AC *summa duorum arcuum* AB *&* BC. *35. gr.*

Primùm multiplicentur alternatim sinus arcus unius per sinũ complementi alterius nempe AB *per* CD *&* BC *per* AD. *Tum producta componantur. Deniq; summa per radium* BD *diuidatur, hoc est, notæ quinq; á dextris abscindantur. Notæ reliquæ erunt sinus summæ datorum duorum arcuum* AB *&* BC, *nempe sinus arcus* AC. *quæsitus, hoc modo:*

Productum primum	3303659584.	
Productum secundum	2432011689.	
Summa ————	57356	71273.
	Sinus	

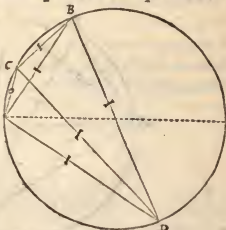
AG. *35. gr.*

Datis Sinibus duorum arcuum inæqualium, coniunctim quadrante

drante minorum, unà cum sinibus complementorum, Sinum differentiæ duorum illorum arcuum inuenire.

Sint rursum dati duo arcus inæquales: iidem qui ante: unà cum sinibus & suis & complementorū. Quæratur autem sinus differentiæ duorum illorum arcuum nempe sinus arcus A.C. 5. graduum. Sinus dati sunt ut ante.

Schema XXXVI.



AB. 34202.	X	*AD. 93969*
BC. 25881.		*CD. 96592.*

Multiplicatio etiam sinuum datorum fit alternatim ut ante. Producta uerò non componuntur, ut ante: sed productū minus á maiore subtrahitur: & de residuo notæ quinq; rescinduntur: hoc modo.

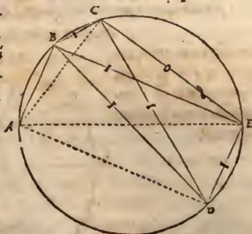
Productum maius.	3303659584.
Productum minus.	2432011689.
Residuum.	8716 | 47895.
	Sinus | AC. 5. gr.

Eâdem igitur operâ Sinum summæ uel differentiæ duorum arcuum inæqualium reperire licet: ibi per additionem productorum, hic per subtractionem.

Datis sinibus duorum arcuum inæqualium coniunctim quadrante

drante minorum, unà cum sinibus complementorum: sinum complementi summæ dictorum duorum arcuum reperire.

Sint dati duo arcus inæquales, qui ante, A B. *20. &* B C. *15. graduū unà cum suis & complementorum sinibus. Sintq. sinus illi.*



Schema XXXVII

A B. *siue* D E. *34202.*	A D. *siue* B E. *93969.*
B C. ——— *25881.*	C D ——— *96592.*

Quæratur autem E C. *sinus complementi summæ datorum duorum arcuum* A B *&* B C. *hoc est, sinus complementi arcus* A C. *35. gr. nempe sinus arcus* E C. *55. gr.*

Primùm multiplicentur mutuò, tum sinus arcuum datorum, tum sinus complementorum nempe A B *siue* D E *per* B C *&* A D *siue* B E *per* C D.

Tum productum minus auferatur de maiore: & de residuo præscindantur notæ quinq. Notæ reliquæ erunt sinus C E. *quæsitus hoc modo.*

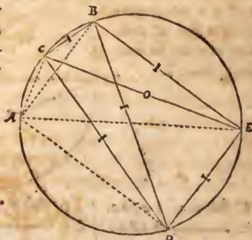
Productum complementorū A D *siue* B E *&* C D.	*9076653648.*
Productum Sinuum A B *siue* D E *&* B C.	*885181062.*
Differentia.	*81914 | 71686.*
	Sinus E C *55. gr.*

H Datis

Datis sinibus duorum arcuum inæqualium, coniunctim quadrante minorum, unà cum sinibus complementorum, sinum complementi differentiæ dictorum duorum arcuum reperire.

Sint dati duo arcus inæquales, qui pridem, unà cum suis & complementorum sinibus: hoc modo.

Schema XXXVIII.



AB. siue DE. 34202.	*AD siue BE.* 93969.
BC. ——— 25881.	*CD* ——— 96592.

Quæratur autẽ EC, sinus cõplementi differẽtiæ arcuũ AB & BC quæ differentia est AC. 5. graduũ. Vnde sinus CE. erit 85. gra. Primùm, multiplicentur mutuò tum sinus arcuum datorum AB & BC. tum sinus complementorum BE & CD. ut ante. Deinde producta componantur: & de summa notæ quinq; à dextris rescindantur. Notæ reliquæ erunt sinus complementi differentiæ datorum duorum arcuum, hoc modo.

Productum complementorum AD & CD.	9076653648.
Productum Sinuum AB & BC.	885181062.
Summa ———————————	99618 | 35610.
Sinus EC 85. gr.	

Eàdem

Eâdem igitur operâ sinum complementi summæ uel differentiæ duorum arcuum inæqualium reperire licet: ibi per subtractionem: hic per additionem.

Causæ diuersitatis calculi in inuentione sinuū tum summæ uel differentiæ, tum complementorum summæ uel differentiæ, ex adiunctis diagrammatis cum 54. p. 1. collatis satis sunt manifestæ.

XXXI. Atq; hæc fuerunt quasi instrumenta: quibus sinus secundarij omnes è primarijs deducuntur. Nunc ordinem deductionis commodum ostendemus.

Principiò igitur è datis duobus sinibus primarijs posterioribus, nempe è sinibus 30. & 18. graduum erue sinus complemẽtorum 72. & 60. graduum per 27. huius. Eruntq; sinus.

Arcuum	Complementorum.
30. gr. 50000.	60. gr. 86602.
18. gr. 30901.	72. gr. 95105.

Deinde ex his quatuor sinibus unà cum radio datis: eruantur sinus tum summæ ac differentiæ arcuum 18. & 30. nempe sinus arcuum 48. & 12. tum complementorum prædictæ summæ uel differentiæ, nempe arcuum 42. & 78. per 30. huius. Eruntq; sinus

Arcuum	Complementorum.
48. gr. 74314.	42. gr. 66913.
12. gr. 20791.	78. gr. 97814.

Tertiò, ex sinu arcus 12. gr. inquirantur sinus arcuum continuè dimidiorū. Nempe arcuum 6. 3. 1½. gr. &c. unà cum sinibus complementorum: per 28. & 27. huius. Et in hac inquisitione procedatur eò usq;, dum nulla amplius appareat differentia proportionis inter arcus minores & sinus arcubus illis respondentes. Eruntq; sinus

Arcuum minorum		Complementorum.	
6. 0	10452.	84°.	99452.
3. 0	5233.	87	99862.
1. 30′	2617.	88½	99965.
0. 45′	1308.	89¼	99991.

Quartò quia iuxta ſinus arcuum 1. gr. 30. ſcrup. & 0. gr. 45. ſcr. differentia proportionis inter arcus & ſinus arcubus reſpondentes: ſecundum quidem hypotheſin radij 100000; & in numeris eius radij integris; prorſus euaneſcit. Nam ut arcus 45′. eſt dimidium arcus 1°. 30′. ita ſinus 1308. eſt dimidium ſinus 2617. Ideo & ſinu arcus 45′. nempe ex ſinu 1308. omnium reliquorum arcuum dodrante gradus minorum ſinus colligere licet per auream (quam uocant) regulam hoc modo:

Primùm.

Vt 45. ſcr. ad ſin. 1308. ita 1. ſcr. ad ſin. 29.

Deinde.

Vt 1. ſcr. ad ſin. 29. ſic	2. ad.	58.
	3 ad.	87.
	4 ad.	116.
	5 ad.	145.
	6 ad.	174.
	7 ad.	203.
	8 ad.	232.
	9 ad.	261.
		&c.

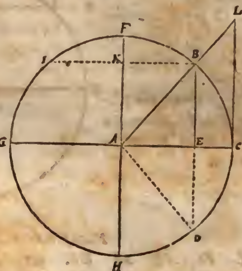
His fundamentis ita iactis: deinde per regulas ſupra traditas, de inuentione ſinuum complementorum, arcuum item duplorum & dimidiorum: ſummæ denique uel differentiæ duorum arcuum inæqualium, coniunctim quadrante minorum, facilè

ſinus

sinus reliqui omnes inueniuntur, & ita tabulæ sinuum rectorum absoluuntur.

XXXII. Tabulas Sinuum uersorum hactenus nemo condidit. Nullo autem negocio condi possent. Sinus enim complementi subtractus de Radio, relinquit sinum uersum arcus quadrante minoris. Sinus uero excessus additus ad Radium, componit sinum uersum arcus quadrante maioris. *per 8. huius.*

Verbi gratia. Si quæratur sinus uersus arcus quadrante minoris BC. 30. gr. Subtractus sinus complementi 60. gr. AE. 86602. de radio AC. 100000. relinquet sinum uersum quæsitū EC. 13398. hoc modo:



Schema XXVI.

Arcus datus. 30. gr.)	*100000. AC.*
Complementum. 60. gr. ——	*86602. AE.*
	13398. EC.

Sin quæratur Sinus uersus arcus quadrante maioris GFB. 150. gr. Additus sinus excessus 60. gr. AE. 86602. ad Radium AC. 100000. componit sinum uersum quæsitum EG. 186602. hoc modo:

Arcus datus. 150. gr.
Quadrans — 90. gr. ——— 100000. GA.
Excessus. 60. gr. 86602. AE.
186602. GE.

XXXIII. Tabulæ Tangentium & Secantium ex tabulis sinuum rectorum ita deducuntur.

I. Vt sinus complementi ad sinum arcus: ita Radius ad Tangentem arcus.

Schema XXVI.

II. Vt sinus complementi ad Radium: ita Radius ad Secantem arcus.

Nam per 46. p. 1.

I. Vt AE ad EB. ita AC ad CL.
II. Vt AE ad AB ita AC ad AL.

Exempli gratia quærantur Tangens & Secans arcus BC. 30. gr.

Sinus 30. gr. est 50000. BE.
Sinus compl. 60. gr. est 86602. AE.

Dico igitur.

I. Vt AE. 86602. ad BE. 50000. ita AC. 100000. ad CL. 57733.

Ergo

Ergo Tangens arcus 30. gr. est 57733.

II. Vt AE 86602. ad AB. 100000. ita AC. 100000, ad AL. 115470.

Ergo Secans arcus 30. gr. est 115470.

XXXIV. Dispositio tabularum sinuum, tangentium & secantium, siue Canonis Triangulorum, alijs alia placet. Nobis commodissima visa est ea quam uides. In qua primo & postremo paginæ cuiuscunq; loco sunt arcus quadrantis, per gradus & minuta siue scrupula prima in margine sinistro descendentes: in margine dextro ascendentes. Locis intermedijs sunt sinus, tangentes & secantes, arcubus illis respondentes: atque adeo similiter in sinistra quaque columna descendentes: in dextra ascendentes.

XXXV. Vsus tabularum illarum siue Canonis Triangulorum hic est: ut unius cuiuscunq; arcus propositi uel etiam complementi sinum, tangentem aut secantem inde promptè excerpere, & ita in calculo Triangulorum sine remora progredi possis.

XXXVI. Cæterùm, meminisse te oportet: nos Canonem Triangulorum non ulterius extendisse: quàm ad scrupula prima. Quod si igitur scrupula etiam secunda ad calculum adhibere libeat: ita sinus tangentes aut secantes eorum arcuum, quibus scrupula secunda adiuncta sunt reperies. Sit uerbi gratia quærendus sinus arcus 35°. 11′. 10″. Primum è tabulis accipio sinum arcus 35°. 11′—57619. Deinde ex ijsdem tabulis accipio sinum 35°. 12′.—57643. Et differentiam horum duorum sinuum noto: quæ differentia est 24. Ac denique

nique ita concludo. 60. ſcrupula ſecunda (*quæ continentur uno ſcrupulo primo, quo diſtant inter ſeſe arcus 35°. 11'. & 35°. 12'*) dant hoc loco 24. partes tales, qualium partium radius eſt 100000. quot eiuſmodi partes dant 10. ſcrupula ſecunda? R. 4. *Calculus integer talis eſt.*

P

6'0' (———— 24 ———— 1'0'.

240

60 (4.

Quatuor igitur partibus ad partes 57619. additis, exiſtit ſinus. 35°. 11'. 1'0'. partium 57623.

Sit contra quærendus arcus reſpondens ſinui 57623. Sinum illum in tabulis non reperio. Colligo igitur differentiam inter duos ſinus, quorum alter ſit proximè minor, alter proximè maior: nempe inter ſinus 57619. & 57643. quæ differentia eſt 24. Item colligo differentiam inter ſinum propoſitum 57623. & proximè minorem 57619: quæ differentia eſt 4. Quibus omnibus ritè peractis, deniq; ita concludo. 24. partes dant 60. ſcrupula ſecunda: quot ſcrupula ſecunda dabunt quatuor partes? R. 10. *Calculus integer talis eſt.*

P P

24 ———— 6'0' ———— 4.

4

240 (1'0'.

24

Ergo ad arcum 35°. 11'. quem præbet ſinus ſinu propoſito proximè minor 57619. additis decē ſcrupulis ſecundis: exiſtit inde arcus 35°. 11'. 1'0'. cōpetens ſinui propoſito. 57623.

BARTHO-

BARTHOLO-
mæi Pitisci Grunbergensis

TRIGONOMETRIÆ
LIBER TERTIVS.

De dimensione Triangulorum planorum.

Hactenus de principijs Trigonometriæ, & de tabulis Sinuum, Tangentium & Secantium, ad Trigonometriam exercendam necessarijs. Nunc sequitur ipsa illa Trigonometria, siue dimensio Trianguloru͂, tam planorum quàm Sphæricorum. In qua utraq; explicanda: quia non aliter quam per regulam proportionum absoluitur: ut supra dictum fuit: principiò quidem axiomata quædam trademus, ex quibus intelligatur, quæ proportiones quibus Triangulis Triangulorum ue partibus insint: quæ axiomata idcirco AXIOMATA PROPORTIONVM appellare libet: Deinde uerò ostendemus, quomodo axiomata illa ad usum applicari debeant, siue, quomodo beneficio paucorum illorum axiomatum quodlibet quæsitum, in quouis Triangulo proposito ex quibusuis tribus datis, quàm citissimè reperiri possit.

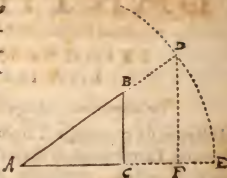
Axiomata proportionum in Triangulis planis existentium præcipua, & ad omnem eorum solutionem abundè sufficientia sunt sex.

AXIOMA PRIMVM.

In Triangulis planis rectangulis:

Vt hypotenusa ad perpendiculum: ita Radius ad sinu͂

anguli perpendiculo oppositi. & contra.



DECLARATIO. In Triangulo plano A B C. rectangulo ad C. in quo hypotenusa est A B. perpendiculum B C. Basis A C. Radius imaginatione conceptus A D. Sinus anguli perpendiculo oppositi D F. & angulus ad F. rectus: per 3. c. p. 2. Dico esse:

Schema XLV.

Vt A B ad B C. ita A D ad D F. uel.

Vt A D ad D F. ita A B ad B C.

Et contra.

Vt F D ad D A. ita C B ad B A.

DEMONSTRATIO. Triangula enim A B C & A D F. sunt æquiangula: per 4. c. 49. p. 1. ob rectos ad C & F. per thesin: & communem ad A, per structuram: uel æquales ad B & D per 38. p. 1. Ergo latera habent circa æquales angulos proportionalia: per 46. p. 1. Et per consequens, est ut A B ad B C. ita A D ad D F, &c.

ILLVSTRATIO per numeros. *Primum igitur, sint data præter rectum: hypotenusa A B. 5. pedum: & perpendiculum B C. 3. pedum. Quæratur autem angulus perpendiculo oppositus B A C. Dico:*

Vt A C. 5. ad B C. 3. ita A D. 100000. ad D F. 60000. Atqui sinui D F 60000. in tabulis sinuum respondet arcus 36. gr. 53. min. Ergo angulus B A C. est 36. gr. 53. min.

Deinde: sint data præter rectum: hypotenusa A B. 5. pedum & angulus

& angulus perpendiculo oppositus B A C. 36. gr. 53. m. cuius anguli sinus è tabulis depromtus sit D F. 60000. Quaeratur autem perpendiculum B C. quot pedum? ℞, Trium. Nam

Vt A D 100000. ad D F 60000. ita A B. 5. ad B C. 3.

Deniq; sint data praeter rectum: acutus B A C. 36. gr. 53. m. eiusq; sinus rectus D F. 60000. partium, & perpendiculum B C. trium pedum. Quaeratur autem hypotenusa A B. quot pedum? ℞, quinq;. Nam

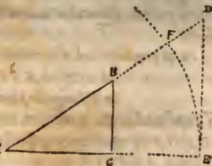
Vt D F 60000. ad A D 100000. ita B C. 3. ad A B. 5.

AXIOMA SECVNDVM.

In Triangulis planis rectangulis:

Vt basis ad perpendiculum, ita radius ad tangentem anguli perpendiculo oppositi. Et contra.

DECLARATIO. In Triangulo plano A B C. *rectangulo ad* C. *sint hypotenusa, perpendiculum & basis, ut ante: Radius imaginatione conceptus A E Tangens anguli B A C itidem imaginatione concepta* D E. *& angulus* A E D. *rectus per 9. p. 2. Dico esse.*



Schema XLVI.

Vt A C *ad* C B. *ita* A E *ad* E D. *uel.*

Vt A E *ad* E D. *ita* A C *ad* C B. *Et contra.*

Vt D E *ad* E A. *ita* B C *ad* C A.

DEMONSTRATIO. Triangula enim A B C *&* A D E. *sunt aequiangula propter communem ad* A *& rectos ad* C *&* E. *per 4. c. 49. p. 1. Ergo habent latera circa aequales angulos pro-*

portionalia. per 46. p. 1. &c.

ILLVSTRATIO per numeros. *Primùm ergo ſint data præter rectum: baſis* AC *4. pedum & perpendiculum* BC. *trium pedum: quæratur autem angulus* BAC. *quot graduum?* ℞. *36. gr. 53. m. Nam*

Vt AC. *5. ad* CB. *3. ita* AE. *100000. ad* ED. *75000. tangentem anguli* BAC. *36. gr. 53. m.*

Deinde ſint data præter rectum: baſis AC. *4. pedum & angulus* BAC. *36. gr. 53. m. hoc eſt: per tabulas tangentium, tangens* DE *75000. Quæratur autem perpendiculum* BC, *quot pedum?* ℞. *trium. Nam*

Vt AE. 100000, ad ED. 75000. ita AC. 4. ad CB. 3.

Deniq; ſint data præter rectum: acutus BAC. 36. gr. 53. m. adeoq; tangens DE. 75000. partium: & perpendiculum BC. trium pedum. Quæratur autem baſis AC, quot pedum? ℞. *4. Nam*

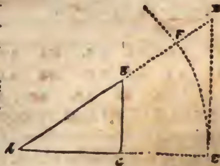
Vt DE *75000. ad* EA *100000. ita* BC. *3. ad* CA. *4.*

AXIOMA TERTIVM.

In Triangulis planis rectangulis:

Vt baſis ad hypotenuſam, ita Radius ad ſecantem anguli perpendiculo oppoſiti.

DECLARATIO. Repetito ſchemate ſecundi axiomatis ſint cætera ut ante- *Schema XLVI.* *Secans anguli perpendiculo oppoſiti, nempe anguli* BAC *ſit recta* AD. *Dico eſſe:*



Vt CA

Vt CA *ad* AB. *ita* EA *ad* AD. *uel:*
Vt EA *ad* AD. *ita* CA *ad* AB.

Et contra:

Vt DA *ad* AE. *ita* BA *ad* AC.

DEMONSTRATIO. Triangula enim ABC *&* ADE. *ſunt æquiangula, ut ante.*

Ergo etiam habens latera circa æquales angulos proportionalia, ut ante.

ILLVSTRATIO per numeros. *Primum ergo ſint data, præter rectum baſis* AC. 4. *pedum,* AB 5. *pedum, quæratur autem angulus* BAC. *perpendiculo* BC. *oppoſitus. Dico:*

Vt CA. ad AB. ita EA ad AD.
4 5 100000 125000. *cui ſecanti reſpondet arcus FE* 36°. 5′3. *menſura anguli* BAC *quæſiti.*

Sint deinde data præter rectum angulus BAC. 36°. 5′3. *eiusque ſecans* AD. 125000. *& perpendiculum dato angulo oppoſitum* BC. 3. *p. quæratur autem* AB. *hypotenuſa quot pedum? Dico:*

Vt EA. 100000. *ad* AD. 125000. *ita* CA. 4. *ad* AB. 5.

Sint deniq. data præter rectum hypotenuſa AB. 5. *pedum, & ſecans anguli* BAC. *nempe* AD. 125000. *partium, quæratur autem baſis* AC. *quot pedum? Dico:*

Vt DA. 125000. *ad* AE. 100000. *ita* BA. 5. *ad* AC. 4.

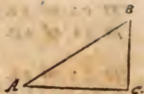
AXIOMA QVARTVM.

In Triangulis planis uniuerſis:

Latera ſinibus angulorum oppoſitorum directè ſunt proportionalia.

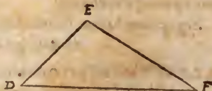
DECLARATIO. In Triangulo plano rectangulo A B C, *Dico esse:*

Schema XLVII. *Ut latus* A B *ad sinum anguli* A C B. *ita latus* B C *ad sinum anguli* B A C. *& ita latus* A C *ad sinum anguli* A B C.



Schema XLVIII. *Similiterq; in Triangulo plano obliquangulo* D E F. *Dico esse:*

Ut latus E D. *ad sinum anguli* E F D. *ita latus* F E *ad sinum anguli* F D E. *& ita latus* F D *ad sinum anguli* F E D.



Vel transpositis terminis intermediis.

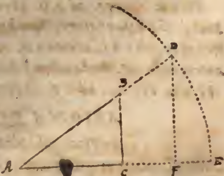
Ut A B *ad* B C. *ita* B C A *ad* C A B. *Et,*

Ut D E *ad* E F. *ita* E F D *ad* F D E, *&c.*

Ex qua transpositione melius apparet: cur Regiomontanus hanc proportionem directam appellârit: quia nimirum in ea sunt directè: ut latus ad latus: ita angulus ad angulum: non autem reciprocè: ut latus ad angulum: ita angulus ad latus.

DEMONSTRATIO.

Schema XLV. *De Triangulis rectangulis res est plana. Nam sinus anguli* A C B *siue* A F D *est radius* A D. *sinus uerò anguli* B A C *siue* D A F *est recta* D F. *sinus deniq; anguli* A B C *siue per 38. p. 1.* A D F *est recta* A F *per 4. c. 7. p. 2.*



Atqui:

Ut A B *ad* A D. *ita* B C *ad* D F. *& ita* A C *ad* A F *per 46. p. 1.*

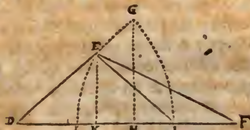
Ergo

Ergo etiam:

Vt AB *ad* ACB. *ita* BC *ad* BAC.
& ita AC *ad* ABC. *&c.*

In Triangulis obliquangulis nihil etiā prorsus est difficultatis.

Primum enim si centro F Radio F E describas circulum E L. perpendiculum E K. erit sinus anguli E F D per 7. p. 2. Deinde si radio F E. æqualem



Schema XLIX.

statuas radium D G. & inde describas circulum G I. perpendiculum G H. sinus erit anguli E D F.

Atqui ut D E ad D G. (cui æqualis E F) ita E K ad G H. per 46. p. 1. Ergo ut latus D E ad latus E F. ita sinus anguli E F D ad sinum anguli F D E.

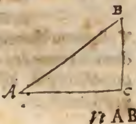
Quod si pro acuto F D E assumatur obtusus F I E. & lateri I E statuatur æquale latus E D: quia anguli E I D & E D I. sunt æquales per 5. p. 1. Sinus autem anguli E I D. est etiam sinus anguli E I F. per 1. c. 7. p. 2: Ideo similiter erunt:

Vt I E ad E F (hoc est, ut D E ad D G.) ita E F I ad F I E. hoc est, ita E K ad GH.

In universum igitur: latera sinibus oppositorum angulorum sunt directè proportionalia: quod demonstrandum erat.

ILLVSTRATIO per numeros.

Sit latus AB. 5. BC. 3. *pedum. Angulus* ACB *lateri* AB. *oppositus sit rectus: cuius sinus est 100000. Quæritur: quantus sit angulus* BAC. *qui lateri* BC *est oppositus. Dico:*



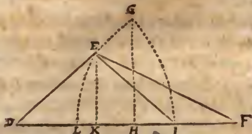
Schema XLVII.

Vt AB

Vt AB 5. *ad* ACB. *100000. ita* BC. 3. *ad* BAC. *60000.*
Ergo angulus BAC. *est 36. gr. 53. min.*

NOTA. In usu huius axiomatis: Si dentur duo latera, unà cum angulo, minori datorum laterum opposito: & quæratur angulus, maiori datorum laterum oppositus: quia is angulus tam acutus quam obtusus esse potest: & sinus utriuslibet est idem per 1. c. 7. p. 2. Ideo ne in calculo erres: qualis sit is angulus quem quæris, acutus an obtusus, ante omnia constitutum habeas oportet. *Verbi gratia. Si in Triangulo E I F dentur latera E I & E F. unà cum angulo E F I. quæratur autem angulus E I F. Si per solos numeros ista data sint: Triangulum autem ipsum appictum non sit: quia eadem data etiam in Triangulo D E F. inesse possunt: propterea quod latus E D potest esse æquale lateri E I. angulo E F I. & latere E F ijsdem manentibus: ideo ne pro obtuso E I F. inuenisse te putes acutum E D F. ante omnia constitutum habeas oportet, qualis sit angulus lateri E F oppositus, quem quæris: acutus nimirum an obtusus?*

Schema XLIX.



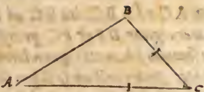
AXIOMA QVINTVM.

In Triangulis planis uniuersis:

Vt summa duorum laterum ad differentiam eorundem: ita tangens dimidij summæ duorum angulorum oppositorum, ad tangentem differentiæ infra uel supra dimidium.

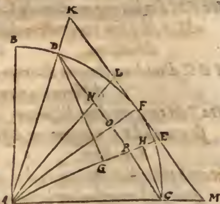
DECLARATIO

DECLARATIO. In Triangulo plano obliquangulo A B C. *dico tangentem dimidij summæ duorum angulorũ ad* A *&* B. *esse ad tangentem differentiæ anguli* B. *supra, & anguli* A. *infra dimidium: Vt est summa duorum laterum* B C *&* A C. *oppositorum ad differentiam eorundem.*



Schema L.

DEMONSTRATIO. Descripto enim quadrante A B C *statuantur anguli* D A E *&* E A C. *angulis* A B C *&* B A C. *æquales. Ac proinde, sit summa duorum illorum angulorum, angulus* D A C. *Dimidium illius summæ sit* D A F *uel* F A C. *Differentia anguli* D A E. *supra dimidium* D A F *uel anguli* E A C. *infra dimidium* F A C. *sit angulus* F A E. *Subtensa summæ duorum angulorũ sit recta* D C. *Sinus anguli maioris* D A E *sit recta* D G. *Sinus anguli minoris* E A C *sit recta* C H. *Tangens dimidij summæ duorum angulorum sit* F M *uel* F K. *Tangens differentiæ infra uel supra dimidium sit* F E. *Iam Triangula* G D P *&* C P H. *sunt æquiangula per 4. c. 49. p. 1. Propter æquales* D P G *&* C P H. *per 13. p. 1. & rectos ad* G *&* H. *per 3. c. 7. p. 2. Ergo in hoc secundo schemate: Vt* P D *ad* G D. *ita* P C *ad* C H. *per 46. p. 1. Sicut in primo:*



Schema LI.

K *Vt* AC

Vt AC *ad* ABC. *ita* BC *ad* BAC. *per axioma præsens. Latera igitur D P & P C. prorsus eandem habent rationem in secundo schemate: quam latera A C & B C in primo schemate. Quare rectam D C. pro summa datorum duorum laterum A C & B C. partes uerò D P & P C. pro ipsis duobus lateribus A C & B C. assumere licet. Quo posito, N P est differentia duorum laterum. Latera autem ibi A C & BC. hic D P & P C. data sunt. Data igitur est etiam differentia eorũ laterum N P. & eius differentiæ dimidium O P. Porro, quia Triangula composita AKL F E M. & A D N O P C. sunt undiq; æquiangula: propter parallelas D C & K M. Ideo & latera & laterũ segmẽta habent proportionalia. per 46. & 47. p. 1. Ac proinde:*

Vt D C summa duorum laterum: ad N P differentiam eorundem,

Ita KM dupla tangens dimidij summæ duorum angulorum, ad L E. duplam tangentem differentiæ infra uel supra dimidium. *Vel.*

Vt O C. dimidium summæ duorum laterum ad O P dimidium differentiæ eorundem.

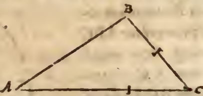
Ita F M tangens dimidij summæ duorum angulorum oppositorum ad F E tangentem differentiæ infra uel supra dimidium. *Vel:*

Retentis prioribus quidem duobus proportionis terminis integris: posterioribus uerò dimidiatis: compendiosioris calculi gratia:

Vt D C. summa duorum laterum ad N P. differentiam eorundem: ita F M. tangens dimidij duorum angulorum oppositorum ad FE. tangentem differentiæ infra uel supra dimidium. Nam ut totum ad totum : ita pars ad partem. Ergo ut tota

K M. ad

KM ad totam LE. ita dimidia FM. ad dimidiam FE.



Schema L.

ILLVSTRATIO per numeros. *Sit jam latus* AC. *5.* BC. *3. summa laterum 8. differentia eorundem 2. angulus* ACB. *40. gr. Ergo summa angulorum ad* A *&* B. *erit 140. gr. per 49. p. 1. cuius summa dimidium 70. gr. cuius tangens 282391. Quæratur autem angulus ad* A *uel B. quantus sit. Dico:*

Vt summa laterum. ad differentiam eorundem, ita

8 3

Tangens dimidij summæ angulorum oppositorum.

282391.

ad 105898. tangentem arcus 46°. 8′. differentiæ anguli A. *infra & anguli* B. *supra dimidium.*

Ergo erunt:

70. 0	70°. 0′
46. 8	46. 8

Angulus ad A *116. 8. Angulus ad B. 23. 52′.*

Nihil autem interest siue angulus ad B *sit acutus siue obtusus. Item: nihil interest, siue summa duorum angulorum quadrantem excedat siue non excedat. Vt uidere poteris: si ad istiusmodi casus singulos, singula diagrammata tibi delineâris.*

AXIOMA SEXTVM.

In Triangulis planis uniuersis:

Vt latus maximum ad summam reliquorum laterum: ita differentia reliquorum laterum, ad segmentum lateris maximi: quo demto, in relicti dimidium perpendiculum cadit.

DECLARATIO.

Sit Triangulum obliquangulum ABC *eiusq; latus minimum* A C. *maximum* B C. *Radio lateris minimi* A C. *centro* A *describatur circulus* CDEF *secans reliqua duo latera in punctis* E *&* F. *Et latus* AB. *porro producatur in* D. *Eritq;* B D *summa laterũ* AB *&* AC. *nam* AC *&* AD *æquantur per structuram.* BE *uerò erit differentia laterũ* A B *&* AC. *Nam* AE *&* AC *rursus æquantur per structuram.* *Dico.*

Schema LII.

Primum esse, ut C B *ad* B D. *ita* E B *ad* B F.

Deinde, perpendiculum A G. *bisecare rectam* F C.

DEMONSTRATIO.

Nam, quod ad primum attinet, Rectangula æqualia habẽt latera reciprocè proportionalia per 2. c. 42. p. 1. Atqui oblon-

Schema LIII.

ga, facta

ga, factâ ex B D *&* B E. *Item ex* B C *&* B F *sunt rectangula æqualia. Ergo habent latera reciprocè proportionalia : adeoq; ut* B C *ad* B D *ita* B E *ad* B F.

Minor probatur. Nam quæ uni sunt æqualia, etiam inter sese sunt æqualia. Atqui oblonga ex B C *&* B F. *Item ex* B D *&* B E. *sunt æqualia uni quadrato rectæ,* B K. *tangentis anguli* B A K. *Ergo etiam inter sese sunt æqualia.*

Minor rursum probatur. Ac primum quidem de oblongo B D *&* B E. *quod sit æquale quadrato* B K. *sic probatur :*

Si recta bisecta continuetur, oblongum continuatæ & continuationis est æquale quadrato rectæ ex bisegmento & continuatione compositæ : minus quadrato bisegmenti per 44. p. 1.

Atqui E D *est recta bisecta in* A. *& continuata ab* E *in* B.

Ergo oblongum continuatæ D B *& continuationis* E B. *est æquale quadrato* A B. *minus quadrato* E A. *cui æquatur* A K. *per constructionem.*

Atqui quadratum A B. *minus quadrato* A K *est quadratum* B K. *per 50. p. 1.*

Ergo oblongum B D, B E æquatur quadrato B K.

Deinde uerò, de oblongo BC, B F quod sit æquale quadrato BK. sic probatur.

Oblongum B C, B F est æquale quadrato B G. minus quadrato F G. per modo citatam 44. p. 1.

Iam adde ad oblongum C B, B F quadratum F G. & insuper quadratum A G.

Id si factum fuerit, oblongum B G, B F. unà cum quadratis FG & A G. erit æquale quadrato A B. Nam per additionem quadrati F G. completur quadratum B G. cui quadrato B G. si iungatur quadratum A G. *conficitur quadratum* A B.

 Atqui

Atqui quadrata F G *&* A G. *sunt quadratum* A F. *per 50. p. 1. cui æquatur* A K *per structuram.*
Ergo oblongum C B *&* B F *unà cum quadrato* A K *est æquale quadrato* A B. *Ac proinde sine quadrato* A K *est æquale quadrato* AB *minus quadrato* AK. *hoc est, quadrato* B K. *per 50. p. 1. Cæterùm: quod secundo loco proposuimus: de perpendiculo* A G. *bisecante rectam* F C. *id sic probatur. Quia Triangulum* F A C *est æqualium laterum* F A *&* A C. *per structuram. Ergo perpendiculum* A G *bisecat basin* F G. *per 23. p. 1.*
Igitur in Triangulo obliquangulo: ut latus maximum ad summam reliquorum laterum: ita differentia reliquorum laterum ad segmentum lateris maximi: quo demto in relicti dimidiū perpendiculum cadit. Quod demonstrandum erat.
ILLVSTRATIO per numeros. *Sint ergo data tria latera* A B. *20. pedum.* B C. *21. p.* A C. *13. p. quæratur autem segmentum* B F. *quo demto de* B C. *innotescant* G C *&* G B. *bases Triangulorum rectangulorum* A G C *&* A G B. *Dico:*

Vt latus maximum ad summam reliquorum laterum.
B C. *21.*   A B *&* A C. *33.*
ita differentia reliquorum laterum.
B E. *7.*

ad B F. 11. quo demto de B C. 21. relinquitur F C. 10. cuius dimidium est 5. Ergo G C. est 5. G B. 16.

Vsus præcedentium axiomatum,
Siue
Manuductio, qua ostenditur, quomodo beneficio paucorum illorum axiomatum quodlibet quæsitum, in quouis Triangulo plano ex quibusuis tribus

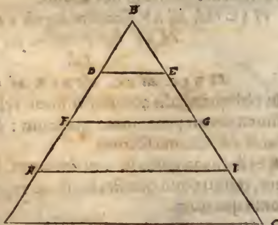
tribus datis quàm facilimè reperiri poſſit: unico caſu excepto: de quo mox dicetur.

In Triangulo plano dantur:

1. Vel tres anguli cum { nullo latere { vel uno.
2. Vel unus angulus, cum duobus lateribus.
3. Vel nullus angulus, ſed latera tria tantum.

Nota. Non poteſt dici: duos angulos dari: quia duo anguli dari non poſſunt, quin ſimul tertius detur per 49. p. 1.

1. Si dentur tres anguli cum latere nullo: latus nullum inde inueſtigari poteſt. *Tres enim anguli Trianguli unius tribus angulis Trianguli alterius æquales eſſe poſſunt: etiamſi latera omnino ſint inæqualia. Vt tres anguli Triangulorum* ABC *&* DBE *ſunt aquales: propter baſes* AC *&* DE. *parallelas per 38. p. 1. & tamen latera Trianguli* ABC. *multò ſunt maiora, quam latera Trianguli* DBE. *Hic igitur caſus: isque ſolus: à Trigonometria excipitur. Alioquin ex quibusuis tribus datis quodlibet quartum inuenire licet.*



Schema LIV.

2. Si

2. Si dentur tres anguli cum latere uno: reliqua duo latera nullo negocio reperiuntur per axioma quartū.

3. Si detur unus angulus, cum duobus lateribus: uel quod idem est: Si dentur duo latera cum uno angulo: is angulus uel est à datis duobus lateribus comprehensus, uel uni eorum oppositus.

¶ Si datus angulus sit à datis duobus lateribus comprehensus: in rectangulis quidem anguli reliqui unica operatione reperiuntur per axioma secundum hoc modo: *Verbi gratia. Vt* A C. *basis ad* C B. *perpendiculū: ita* A C *radius ad* C B. *tangentem anguli* C A B. *quo noto, notus etiam est* A B C. *per 52. p. 1.* (Schema LV.)

Et deinde hypotenusa, per axioma tertium uel quartum hoc modo.

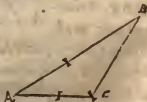
Vt A C. *rad. ad* A B. *secantem anguli* B A C. *ita* A C. *basis ad* A B *hypotenusam. per 3.*

Vel.

Vt B A C. *ad* B C. *ita* A C B. *ad* A B. *per 4.*

In obliquangulis autem, primum reliqui duo anguli inueniuntur per axioma quintum: deinde reliquum latus per axioma sextum.

¶ Si datus angulus sit uni datorum laterum oppositus, reliqua duo quæsita facilimè reperiuntur per axioma quartum.



Verbi gratia. In Triangulo A B C, *siue id sit rectangulum siue obliquangulum, dico:* (Schema LVI.)

1. Vt A B *ad* A C B. *ita* A C. *ad* A B C. *Notus autē* A C B *&* A B C, *notus etiā est*

B A C per

BAC. *per 49. p. 1. Ergo porrò*
II. Vt ACB *ad* AB. *ita* BAC *ad* BC.

¶ Quod si etiam perpendiculum scire cupis, in hoc utroque genere obliquangulorum, ubi nempe dantur uel tres anguli cum latere uno, uel angulus unus cum lateribus duobus, id reperies per axioma quartum hoc modo:

Schema LXXIX.

Vt ACB *ad* AB. *ita* BAC. *ad* BC.

4. Si dentur sola tria latera: quod fit in obliquangulis tantum: principio segmenta lateris maximi, in quorũ segmentorum concursum perpendiculum ab angulo maximo demissum cadit, inquirenda sunt.

Verbi gratia. Segmenta B G *&* G C.

Schema LII.

Deinde ijs inuẽtis quia habentur duo Triangula rectangula notorum laterũ duorum & anguli unius, anguli reliqui facilimè reperiuntur per axioma quartum: ut dictum fuit in casu proximè præcedente.

BARTHOLOMAEI PITISCI GRUNBERGENSIS
TRIGONOMETRIÆ
LIBER QVARTVS.

De dimensione Triangulorum Sphæricorum.

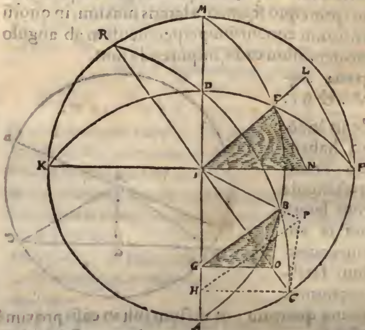
Axiomata proportionum in Triangulis Sphæricis existentium præcipua, & ad omnem eorum solutiònem abunde sufficientia sunt quatuor.

AXIOMA PRIMVM.

In Triangulis Sphæricis rectangulis pluribus, acutum ad bases eundem habentibus:

Sinus hypotenusarum & perpendiculorum omnes

Schema LVII.



sunt

sunt inter sese proportionales.

DECLARATIO. *Sit hemisphærium propositũ KMFAD. & sint in eo: horizon KMFA: polus horizontis D. circuli per polum horizontis D. transeuntes KDF. & RDC. secantes horizontem angulis ad KRF & C. rectis per 57. p. 1. circulus horizonti obliquus MEA. secans uerticalem KDF. angulis ad E. rectis: quippe qui per eius polos M & A transeat: per 57. p. 1. ac uicissim ab eo sectus in duos quadrantes ME & EA per 56. p. 1. In isto hemisphærio, & in ista circulorum constitutione sint inter alia duo Triangula Sphærica rectangula ABC & AEF, & sint in illis, hypotenusæ AE & AB, perpendicula EF & BC. bases AF & AC. & acutus ad bases AF & AC idem EAF uel BAC. Deniq; sinus hypotenusarũ AE & AB sint rectæ IE radius & GB. Sinus uerò perpendiculorum EF & BC. sint rectæ EN & BO. omnia per 7. p. 2. Dico iam, Sinus illos hypotenusarum & perpendiculorum, nempe sinus IE, GB, EN & BO omnes esse inter sese proportionales: adeoq; datis quibuscunq; tribus, elici posse quartum. Clarius: dico esse*

Vt IE ad EN. ita GB ad BO. & uicissim

Vt GB ad BO. ita IE ad EN. & contra.

Vt NE ad EI. ita OB ad BG.

Vel transpositis terminis intermedijs per 42. p. 1.

Vt IE ad GB. ita EN ad BO. & uicissim

Vt GB ad IE. ita BO ad EN. & contra.

Vt NE ad OB. ita EI ad BG.

DEMONSTRATIO. *Si enim sinus GB & BO connectas rectâ GO ut fiat inde Triangulum GBO. manifestum est Triangula GBO & IEN. fore æquiangula. Primum enim, quia*

rectæ E N & B O. perpendiculariter cadunt in subiectum planum M F C. per thesin, & per 3. c. 7. p. 2. ideo cum omnibus lineis in eo plano ductis constituunt angulos rectos: adeoq; anguli E N I & B O G. sunt recti. Deinde quia rectæ I E & G B sunt inuicem parallelæ per 38. p. 1. quippe ad eandem rectam I A normales per 3. c. 7. p. 2. totum autem planum M E A ubiq; eodem angulo ad planum M F A est inclinatum: ideo etiam parallelæ in eo ductæ I E & G B, ad parallelas I N & G O in plano M E A sibi subiectas eodem angulo sunt inclinatæ: atq; adeo anguli E I N & B G O sunt æquales. Et per consequens in Triangulis I E N & G B O iam duo sunt anguli duobus æquales. Ergo etiam tertius tertio est æqualis: per 49. p. 1. ac proinde Triangula I E N & G B O sunt æquiangula. Quod si sunt æquiangula, etiam latera habent circa æquales angulos proportionalia per 46. p. 1. adeoq; sunt: Vt I E ad E N. ita G B ad B O, &c. quod demonstrandum erat.

ILLVSTRATIO per numeros.

Sint ergo datæ hypotenusæ A E. 90. gr. & A B. 42. gr. una cum perpendiculo E F. 48. gr. 25. m. Quæratur autem perpendiculum B C.

Arcuum datorum	*A E. 90. gr.*	*Sinus sunt*	*I E. 100000.*
	A B, 42. gr.		*G B. 66913.*
	E F. 48. gr. 25. m.		*E N. 74799.*

Dico igitur:

Vt IE. 100000. ad EN. 74799. ita GB 66913. ad BO. 50050.

Atqui sinui 50050. in tabulis respondet arcus 30. gr. 2. m.

Ergo perpendiculum B C. est 30. gr. 2. m.

Sint uicissim datæ utræque hypotenusæ unà cum suis finibus, ut ante. Sed ex perpendiculis sit iam datũ per-

pendiculum

pendiculũ B C. 30. gr. 2. m. unà cũ sinu suo B O. 50050. Quæratur autem perpendiculum E F. Dico:

Vt GB. 66913. ad BO. 50050. ita IE. 100000. ad EN. 74799.
Atqui sinui 74799. in tabulis respondet arcus 48. gr. 25. m.
Ergo arcus E F est 48. gr. 25. m.

Sint contra, data utraq; perpendicula E F & B C unà cũ hypotenusa maiore A E. Quæratur autem hypotenusa minor A B. Dico.

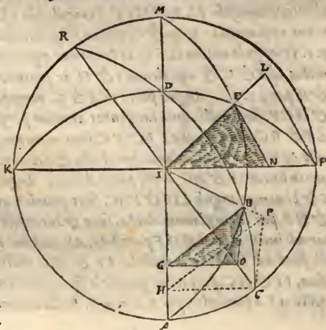
Vt EN. 74799. ad IE. 100000. ita BO. 50050. ad GB. 66913.
Atqui sinui 66913. in tabulis respondet arcus 42. gr.
Ergo hypotenusa A B est 42. gr.

AXIOMA SECVNDVM.

In Triangulis Sphæricis Rectangulis pluribus acutum ad bases eundem habentibus:

Sinus basiũ & tangẽtes perpendiculorũ omnes sunt inter sese proportionales.

DECLARATIO. In priore diagrãmate: & in iisdem Triãgulis A E F



Schema LVII.

 & A B C.

& A B C. *in quibus sinus basiũ* A F & A C. *sunt* I F & H C. *Tangentes uerò perpendiculorum* E F & B C. *sunt* L F & P C. *Dico: sinus illos basium & tangentes perpendiculorum nempe sinus* I F & H C. & *tangentes* L F & P C. *omnes esse inter sese proportionales: adeoq; datis quibuscunq; tribus, elici posse quartum. Clarius: Dico esse*

Vt IF ad FL. ita HC ad CP. & uicissim
Vt HC ad CP. ita IF ad FL. & contra.
Vt FL ad FI. ita PC ad CH.
Vel transpositis terminis intermedijs, per 42. p. 1.
Vt IF ad HC. ita FL ad CP. & uicissim.
Vt HC ad IF. ita CP ad FL. & contra.
Vt LF ad PC. ita FI ad CH.

DEMONSTRATIO. Ductis enim rectis IL & HP. completisq; Triangulis ILF & HPC. Triãgula illa ILF & HPC. erunt æquiangula: Ergo & lateribus proportionalia. per 46. p. 1. Triangula autem ILF & HPC erunt æquiangula propter rectos ad F & C. & æquales ad I & H. ac proinde etiam ad L & P. per 49. p. 1. Anguli porro ad F & C. nempe anguli IFL & HCP. sunt recti: quia tangentes arcuum perpendiculariũ EF & BC. nempe recta LF & PC. sunt in totum planum circuli MFA perpendiculares. per thesin & per 8. p. 2. Ergo etiam in lineas IF & HC. in illo plano ductas. Anguli deniq; ad I & H nempe anguli LIF & PHC. sunt æquales: quia recta IL & HP. per idem planum ducta, sunt & inter sese & ad planũ circuli inclinationis KDF parallela. AEqualibus igitur angulis sunt ad subiectas parallelas IF & HC. inclinatæ. Quæ duæ, IF & HC. propterea parallelæ sunt: quia utraq; sunt ad rectam IA normales. per 3. c. 7. p. 2. Recta autem IL & HP. sunt

sunt parallelæ: quia sunt extremitates duorum Triangulorum ILF & HPC. quæ totis suis planis sunt inuicē parallela: quippe super bases IF & HC parallelas perpendiculariter (propter tangentes CD & FL. perpendiculares.) erecta. Rectæ deniq; IL & HP sunt per idem planum semicirculi MBA ductæ: quia secans quidem IL, cum secet circulū MEA ad punctum E. non nisi per planum illius circuli incedere potest. Similiterq; secans IP, cum secet eundem circulum MEA ad punctum B. non nisi per planū eiusdem illius circuli incedere potest: Quod planum quia planum est, ideo si extenderetur secundum lineam rectam IP. in tangentem PC ad punctum P. incumberet: adeoq; punctum P esset in plano circuli MEA satis extenso, constitutum. Atqui in eodem plano etiam punctū H est constitutum. Ergo recta PH est linea inter duo puncta eiusdem plani interiecta: ac proinde per idem planum ducta. Quæ omnia demonstranda erunt.

ILLVSTRATIO per numeros. Sint ergo datæ bases AF. 90. gr. AC. 30. gr. 52. m. unà cum perpendiculo EF 48. 25. Quæratur autem perpendiculum BC.

Basium	*AF 90. gr. 0'.*	*Sinus sunt*	*100000. IF.*
	AC. 30. gr. 52'.		*51304. HC.*

Perpendiculi EF. 48. 25. Tangens est 112699. LF.

Dico igitur:

Vt IF. 100000. ad LF. 112699. ita HC. 51304. ad PC. tang. 57819.

Atqui Tangenti 57819. in tabulis respondet arcus 30. gr. 2. m. Ergo perpendiculum BC. est 30. gr. 2. m.

Sint uicissim datæ utræq; bases, unà cum suis sinibus, ut ante

ut ante. Sed ex perpendiculis sit iam datum perpendiculum B C. 30. gr. 2'. unà cum tangente sua C P. 57819. Quæratur autem perpendiculum E F. Dico

Vt H C. 51304. ad C P. 57819. ita I F. 100000. ad F L. tang. 112699.

Atqui tangenti 112699. in tabulis respondet arcus 48. gr. 25. m. Ergo perpendiculum E F. est 48. gr. 25. m.

Sint contrà data utraq; perpendicula E F & B C. *&* eorum tangentes L F & P C. unà cum basi maiore A F & eius sinu I *F*. Quæratur autem basis minor A C siue potius eius sinus H C. Dico:

Vt L F tang. 112699. ad F I. rad. 100000. ita P C. tang. 57819. ad H C. 51304. sinum arcus 30°. 52'. Igitur arcus siue basis A C. est 30. gr. 52. m.

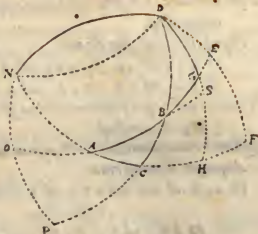
APPENDIX. Ex his duobus axiomatibus, & eorum declarationibus ac demonstrationibus intelliget ingeniosus lector: cur à sinibus basium ad sinus perpendiculorum, & contra, argumentari non liceat: cum tamen à sinibus hypotenusarum ad sinus perpendiculorum, & contra, argumentari liceat: quia nimirum sinus basium & perpendiculorum in eadem Triangula rectilinea non concurrunt. Quod etiam doctissimos alioqui mathematicos interdum non animaduertisse uideas.

AXIOMA TERTIVM.

In Triangulis Sphæricis uniuersis:

Sinus laterum, sinibus oppositorum angulorum sunt directè proportionales.

DECLARATIO. Primùm esto Triangulum sphæricum AB C. rectan-



ABC. *rectangulum ad* C. *Deinde continuatis lateribus* AB *&* AC. *&* CB. *usq; ad quadrantes: ut fiant* AE, AF *&* CD. *& dimißis ex polo quadrantis* AF. *nempe ex puncto* D. *aliis duobus quadrantibus* DF *&* DH. *atq; ita constitutis tribus Triangulis nouis: rectangulis quidem* BDE *&* GDE, *obliquãgulo uerò* BDG. *Dico.*

In Triangulo sphærico rectangulo ABC. *esse:*

Vt ACB *ad* AB, *ita* ABC *ad* AC *& ita* BAC *ad* BC.

Vel transpositis terminis intermediis, per 42. p. 1.

Vt ACB *ad* ABC. *ita* AB *ad* AC. *&.*

Vt ACB *ad* BAC. *ita* AB *ad* BC. *&c.*

Similiterq; in Triangulo sphærico obliquangulo BDG *dico esse:*

Vt BDG *ad* BG. *ita* BGD *ad* BD, *& ita* DBG *ad* DG. *&c.*

DEMONSTRATIO. Nam, quod attinet ad Rectangulũ ABC. *in eo* ACB *&* AE. *Itemq;* BAC *&* EF. *& ex altera parte* ABC *&* OP. *hoc est, anguli & mensuræ illorum angulorum* (Nam ut EF est mensura anguli EAF. & OP mensura anguli ABC. ita ND. siue illi æqualis AE uel OB est mensura anguli A. CB per 57. p. 1.) *sunt eiusdem quantitatis.*

Ergo perinde est: siue dicam.

Vt ACB *ad* AB. *ita* BAC *ad* BC. *siue.*

Vt AE *ad* AB. *ita* EF *ad* BC.

 Atqui

Atqui hoc ualet: per primum axioma sphæricorum. Ergo etiam illud.

Item perinde est, siue dicam.

Vt ACB *ad* AB, *ita* ABC *ad* AC. *siue*

Vt OB *ad* AB. *ita* OP *ad* AC.

Atqui hoc ualet: per primum axioma sphæricorum.

Ergo etiam illud.

Quæ uerò conueniunt uni tertio, etiam inter se conueniunt.

Atqui per demonstrata:

Vt ACB *ad* AB. *ita* ABC *ad* AC. *& ita* BAC *ad* BC.

Ergo etiam

Vt ABC *ad* AC. *ita* BAC *ad* BC.

Deinde, quod attinet ad obliquangulum BDG. Quia per demonstrationem Rectangulorum sunt:

Vt DB ad DEB. ita DE ad DBE. Et

Vt DG ad DEG. ita DE ad DGE.

Vel per 1. c. 7. p. 2. ad DGB.

Ideo per terminorum proportionalium permutationem etiam erit:

Vt DG ad DB. ita DBE uel DBG ad DGB, &c.

Similiterq́: Si á puncto B in S arcus perpendicularis demittatur. Quia tum erunt:

Vt BD ad BSD. ita BS ad BDS. Et

Vt BG ad BSG. ita BS ad BGS.

Siue per 1. c. 7. p. 2. ad BGD.

Ideo etiam erit:

Vt BG ad BD, ita BDS siue BDG ad DGB, &c.

Nam si sint

Vt 4. ad 12. ita 1. ad 3. Et

Vt 2. ad 12. ita 1. ad 6.

Erit

Erit etiam

Vt 2. ad 4. ita 3. ad 6.

ILLVSTRATIO per numeros. In Triangulo igitur sphærico rectangulo A B C: primum sint data A C B, A B & A B C: in eadem quantitate, in qua pridem. Quæratur autem latus A C. angulo dato A B C opposi-tum. Dico:

Vt A C B. 90. gr. ad A B. 42. gr. ita A B C. 50. gr. 4. m.
100000. 66913. 76672.
Ad A C. 30. 52. m.
51303.

Vel vice uersa: Sint data, A B & A C B & A C. Quæratur autem A B C. Dico:

Vt A B. 42. gr. ad A C B. 90. gr. ita A C. 30. gr. 52. m.
66913 100000 51304.
ad A B C. 76672. Sinum arcus uel anguli 50. gr. 4. m.

Deinde sint data: A C B & A B & B A C. Quæratur autem B C. Dico

Vt A C B. 90. gr. ad A B. 42. gr. ita B A C. 48. gr. 25. m.
100000. 66913. 74799.
ad B C. 50050. sinum arcus 30. gr. 2. m.

Vel uice uersa: Sint data A B & A C B & B C. Quæratur autem B A C. Dico:

Vt A B 42. gr. ad A C B. 90. gr. ita B C. 30. gr. 2. m.
66913. 100000 50050.
ad B A C. 74799. Sinum 48. gr. 25. m.

Denique, sint data B A C, & B C & A B C. Quæratur autem A C. Dico

Vt BAC. 48. gr. 25. m. ad BC. 30. gr. 2. m. ita ABC. 50. gr. 4. m.

74799 50050. 76672.

ad A C. *51303. sinum 30. gr. 52. m.*

Vel uice uersa: sint data B C & B A C & A C. Quæratur autem A B C. Dico

Vt BC. 30. gr. 2. m. ad BAC. 48°. 25'. ita AC. 30. gr. 52. m.

50050 74799: 51303.

ad A B C. *76672. sinum 50. gr. 4. m.*

Similiter in Triangulo sphærico obliquangulo B D G. Primum sint data D B G. D G & B D G. Quæratur autem B G. Dico

Vt D B G. 50°. 4'. ad D G. 40°. 58'. ita B D G. 28°. 14'.

76672. 71890. 47306.

ad B G. 44351. sinum 26°. 20'.

Deinde sint data B G. B D G & D G. Quæratur autem D B G. Dico

Vt B G. 26°. 20'. ad B D G. 28°. 14'. ita D G. 45°. 58'.

44351. 47306. 71890.

ad D B G. 76672. sinum 50°. 4'.

Deniq;, sint data D G, D B G & D B. Quæratur autem D G B. Dico.

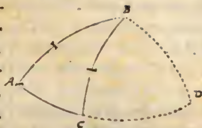
Vt D G. 45°. 58'. ad D B G. 50. 4. ita D B. 59°. 58'.

71890 76672. 86573.

ad D G B. 92331. Sinum anguli obtusi 112. gr. 35. m.

NOTA. In usu huius axiomatis eadem ambiguitas accidere potest, quam in usu quarti axiomatis planorũ accidere

accidere posse supra diximus: ubi apparet ex Schemate consimili ABCD. Ideo ne in tali casu decipiaris, acutum pro obtuso, aut contra, colligendo, attendas oportet.



Schema LIX.

AXIOMA QVARTVM.

In Triangulis sphæricis uniuersis:

Si duo latera sigillatim quadrantibus minora, primum ipsa inter sese, deinde latus minus cum complemento maioris componas; Et sinui arcus compositi posterioris sinum complementi arcus compositi prioris subtrahas, uel sinum excessus addas:

Est:

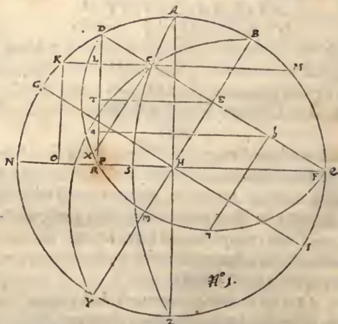
Vt Radius ad medietatem rectæ per illam siue subtractionem siue additionem factæ: ita sinus uersus anguli à dictis duobus lateribus comprehensi ad rectam, qua subtracta de sinu arcus compositi posterioris, relinquitur sinus complementi tertij lateris: uel, de qua subtractus sinus arcus compositi posterioris relinquit sinum excessus tertij lateris.

DECLARATIO. Hoc axioma uarios habet casus. Primùm enim, duo latera, angulum datum aut quæsitum includentia, simul sumta, uel sunt quadranti æqualia uel inæqualia: & hæc, minora uel maiora. Deinde angulus datus aut quæsitus, uel est rectus, uel obliquus: atq; is acutus uel obtusus. Deniq; latus tertiũ, angulo dicto oppositum uel est quadrante minus uel maius. Tribus autem schematibus omnes istos casus, satis perspicuè, ut opinor, explicabimus.

 In quorum

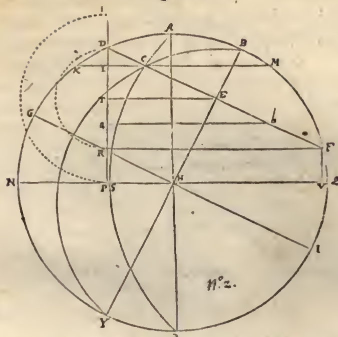
In quorum singulis Triangulorum obliquangulum exempli gratia propositum est A B C. *in quo uel data sunt duo latera* A B *&* B C. *unà cum angulo ad B. & quæsitum latus tertium* A C. *uel data sunt omnia tria latera, & quæsitus angulus lateri tertio* A C. *oppositus. Porro, duorum laterum* A B *&* B C. *datum uel quæsitum angulum (qui semper statuitur ad* B *) includentium, latus minus est* A B, *latus maius* B C. *Lateri mi-*

Schema LX.



nori A B est æqualis arcus G N. per structuram. Lateri maiori B C. abscindantur de circulo D A B arcus æquales B F & B D per parallelum, polo B. expansione circini B C. in superficie globi descriptum: cuius paralleli diameter est D C F. circumferentia in primo tantum schemate notata D X F. puncto suo X. in globo concurrens cum puncto C. circuli maximi B C. Et

in illo



in illo ipso parallelo D X F notetur mensura anguli ad B. arcus DX. per 6. p. 1. eiusq; sinus rectus XC. per 7. p. 2. & sinus uersus, per 8. p. 2. Lateri deniq; tertio A C. itidem abscindantur de circulo D A B arcus æquales A K & A M. per parallelũ K C M. polo A. expansione circini A C. in superficie globi descriptum. His ita præstructis, primùm componantur duo latera A B *&* B C. *uel B F. datum uel quæsitum angulum* A B C *includentia : & sit arcus compositus prior* A F. *in primo schemate quadranti* A Q *æqualis : in secundo minor : in tertio maior. Ac notetur in secundo uel tertio schemate sinus complementi uel excessus V F. Deinde latus minus* A B. *hoc est, per structuram G N componatur cum complemento lateris maioris G D: & sit arcus compositus posterior D N : eiusq; sinus rectus D P. De quo sinu*

Schema LXII.



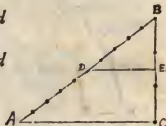
quo sinu D P subtrahatur in secundo schemate sinus complementi V F uel P R. In tertio uerò schemate ad eundem sinum D P, addatur sinus excessus V F uel P R, ut innotescat recta D R. quæ juncta cum recta D F per rectam R F. constituat Triangulum planum rectangulum D R F. per cuius medium ducatur recta T E bisecans rectam D F in E. per structuram: adeoque etiam rectam D R. per 45. p. 1. & constituens Triangulum D T E. æquiangulum Triangulo D R F. per 38. p. 1. Quo Triangulo D T E constituto: Dico quod sit:

Vt Radius E D. ad medietatem rectæ D R. nempe ad rectam D T. ita sinus uersus anguli A B C nempe recta D C. ad rectam D L. quâ demta de sinu arcus compositi posterioris D P. relinquitur recta L P. siue per 39. p. 1. K O. sinus rectus arcus K N. siue C S.

siue CS. complementi tertij lateris AC. Et contra: Vt medietas recta DT. ad radium DE. ita recta DL post subtractum sinum complementi tertij lateris de sinu DP reliqua, ad sinum uersum DC. &c.

DEMONSTRATIO. Triangula enim TDE & LDC. sunt æquiangula: per structuram & per 38. p. 1. Ergo latera habent circa æquales angulos proportionalia. per 49. p. 1. Nec obstat, quod recta DC & DE. sunt in minores partes distributæ, quam recta DL & DT. propter radium DE minorem radio HN. cum quo radio HG, in partes æquales diuisæ sunt recta DL & DT. Nam in quantascunq; partes unũ uel alterum latus in Triangulo plano diuidatur: modo latus homogeneum cum homogeneo, hoc est, hypotenusa cum hypotenusa, perpendiculum cum perpendiculo, & basis cum basi in easdem partes diuidatur: nihil interest. Verbi gratia, in Triangulis ABC & DBE. nihil inter est, siue dicam,

Vt AB. 10. ad DB 5. ita BC. 3. ad BE. $1\frac{1}{2}$. Siue:
Vt AB. 5. ad DB. $2\frac{1}{2}$. ita BC. 3. ad BE. $1\frac{1}{2}$.



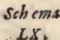
Schema LXIII.

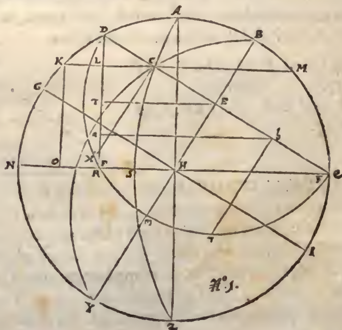
CONSECTARIVM. Ex hac declaratione & demonstratione patet: Si angulus datus ad B sit rectus: eiusq; sinus uersus EB radius: in eo casu nulla uel diuisione uel multiplicatione opus esse: sed per solam additionem & subtractionem sinum complementi tertij lateris reperiri posse. Quod compendium calculi Trigonometrici quouis auro est preciosius. Et etiamnum

N compen-

compendiosius fieri potest: si in secundo schemate sinus V F non subtrahatur de sinu D P: sed è contrario addatur ad sinum D P. recta D V. æqualis sinui V F. Tum enim medietas rectæ V P statim erit sinus T P. quæsitus. Et, si in tertio schemate sinus V F non addatur ad sinum D P. sed ex altera parte tantundem, nempe recta D V. ab eo auferatur. Nam & tum medietas rectæ V F, statim erit sinus T P. quæsitus.

ILLVSTRATIO PER NVMEROS. Primum genus exemplorum: ubi datis duobus lateribus coniunctim quadranti æqualibus, unà cum angulo ab ipsis comprehenso, quæritur latus tertium: aut contra: dato etiam latere tertio, quæritur angulus ipsi oppositus. secundum schema N°. 1.





.I Si angulus

I. *Si angulus datus sit rectus: eiusq; sinus uersus D E.*

A B. 35°. 40'. Idem. 35°. 40'.
B C. 54. 20. compl. 35. 40.
A F. 90. 0. D N. 71. 20. D P. 94740.
D T uel T R — — 47370. *Sinus arcus*

28°. 16'. *cuius compl.* 61. *gr.* 44. *m. est arcus* A C. *quæsitus.*

II. *Si angulus datus sit acutus: eiusq; sinus uersus* D C.

A B. 35°. 40'. Idem 35°. 40'.
B C. 54. 20. compl. 35. 40.
A F. 90. 0. D N. 71. 20. D P. 94740.
D T. 47370.

A B C. 50. 0. Rad. D E. 100000.
Compl. 40. 0. —— C E. 64279.
D C. 35721.

Vt E D. 100000. *ad* D T. 47370. *ita* D C. 35721. *ad* D L. 16921. *quo subtracto de* D P. 94740. *relinquitur* L P. 77819. *sinus arcus* 51. *gr.* 6. *m. cuius complementum* 38. *gr.* 54. *m. est arcus* A C. *quæsitus.*

III. *Si angulus datus sit obtusus: eiusq; sinus uersus* D B.

A B. 35°. 40'. Idem 35. 40.
B C. 54. 20. Compl. 35. 40.
A F. 90. 0. D N. 71. 20. D P. 94740.
D T. 47370.

A B C. 112°. 35'.
90. 0. D E. 100000.
22. 35. E b. 38403.
D b. 138403.

Vt D E. 100000. ad D T. 47370. ita D b. 138403. ad D d. 66561. quo subtracto de D P. 94740. relinquitur a P. 28179. sinus arcus 16°. 22′. cuius complementum 73°. 38′. est arcus A C. quæsitus.

IV. Si datum sit latus tertium, quod hic semper est quadrante minus, Verbi gratia, Si datum sit latus A C. quæratur autem angulus A B C.

A B. 35°. 40′.	*Idem*	*35. 40.*		
B C. 54. 20.	*Compl.*	*35. 40.*		
A F. 90. 0.	*D N.*	*71. 20.*	*D P. 94740.*	
A C. 38. 54.			*D T. 47352.*	
51. 6.			*L P. 77819.*	
			D L. 16921.	

Vt D T. 47352. ad D E. 100000. ita D L. 16921. ad D C. 35721. quo subtracto de D E. 100000. relinquitur 64279. sinus arcus 40. gr. cuius complementum 50. gr. est angulus A B C. quæsitus.

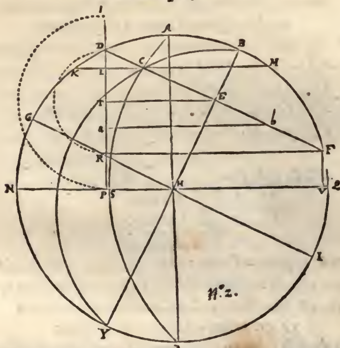
Secundum genus exemplorum: ubi datis duobus lateribus coniunctim quadrante minoribus, unà cum angulo ab ipsis comprehenso, quæritur latus tertium: aut contra, dato etiam latere tertio, quæritur angulus ipsi oppositus: secundum schema N°. 2.

I. Si angulus datus sit rectus: eiusq. sinus uersus D E.

A B. 28°. 15′.	*Idem*	*28°. 15′.*	
B C. 40. 30.	*Compl.*	*49. 30.*	
A F. 68. 45.	*D N.*	*77. 45.*	*D P. 97723.*
F Q. 21. 15.	*F V.*	*uel P R. uel D r. 36244.*	
			P r. 133967.
			T P. 61983.

Sinus

Sinus arcus 40°. 3'. cuius complementum 47. gr. 57. m. est arcus A C quæsitus.



Schema LXI.

II. Si angulus datus sit acutus: eiusq; sinus uersus arcus DC.

AB. 26°. 20'.	*Idem 26°. 20'.*	
BC. 59. 58.	*Compl. 30. 2.*	
AF. 86. 18.	*DN. 56. 22.*	*DP. 83260.*
3. 42.		*VF. 6453.*
		DR. 76807.
		DT. 38403.

ABC. 50. 4.	*100000.*
39. 56.	*64190.*
	DC. 35810.

 VtDE.

Vt DE. 100000. ad DT. 38403. ita DC. 35810. ad DL. 13752. quo subtracto de Dp. 83260. relinquitur LP. 69508. sinus arcus 44°.. 2'. cuius complementum 45. gr. 48. m. est arcus AC. quæsitus.

III. Si angulus datus sit obtusus: eiusq; sinus uersus Db.

AB. 26. 20. Idem 26. 20.
BC. 45. 58. Compl. 44. 2.
AF. 72. 18. DN. 70. 22. DP. 94186.
FQ. 17. 42. ———— VF. 30403.
DR. 63783.
ABC. 112. 35. DT. 31891.
90. 0. DE. 100000.
22. 35. Eb. 38403.
Db. 138403.

Vt DE. 100000. ad DT. 31891. ita Db. 138403. ad Da. 44138. quo subtracto de DP. 94186. relinquitur aP. 50048. sinus arcus 26°.. 20'. cuius complementum 59. gr. 58. m. est arcus AC. quæsitus.

IV. Si datũ sit latus tertium: quod etiam in hoc genere exemplorum semper est quadrante minus: Verbi gratia. Si datum sit latus AC. quæratur autem angulus ABC.

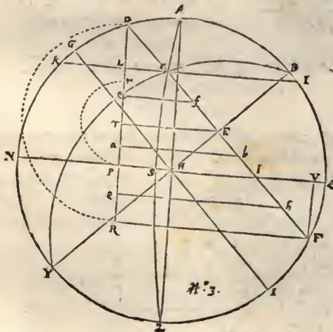
AB. 26. 20. Idem 26. 20.
BC. 59. 58. Compl. 30. 2.
AF. 86. 18. DN. 56. 22. DP. 83260.
3. 42. ———— VF. 6453.
DR. 76807.
AC. 45. 58. DT. 38403.
44. 2. ———— LP. 69508.
DL. 13752.

Vt DT.

Vt DT. 38403. ad D E. 100000. ita D L. 13752. ad DC. 35810. sinum uersum: quo subtracto de D E. 100000. relinquitur C E. 64190. sinus rectus anguli C B E. 39°. 56'. cuius complementum 50. gr. 4. m. est angulus A BC. quaesitus.

Tertium genus exemplorum: ubi datis duobus lateribus coniunctim quadrante maioribus, unà cum angulo ab ipsis comprehenso, quaeritur latus tertium: uel contra; dato etiam latere tertio, quaeritur angulus ipsi oppositus, secundum schema N°. 3.

I. Si angulus datus sit rectus, eiusq; sinus uersus D E.



Schema LXII.

AB. 40.

AB. 40. 6. Idem 40. 6.
BC. 72. 12. Compl. 17. 48.
AF. 112. 18. DN. 57. 54. DP. 84712.
QF. 22. 18. VF. uel PR. uel Dr. 37946.
rP. 46766.
TP. 23383.

Sinus arcus 13°. 31'. cuius complementum AC. 76. gr. 29. m. est latus tertium quæsitum.

II. Si angulus datus sit acutus: eiusque sinus uersus DC.

AB. 45. 58. Idem. 45. 58.
BC. 59. 58. Compl. 30. 2.
AF 105. 56. DN. 76. 0. DP. 97030.
QF. 15. 56. ——— VF. 27452.
DR. 124482.
ABC. 28. 14. DE. 100000. DT. 62241.
61. 46. CE. 88103.
DC. 11897.

Vt DE. 100000. ad DT. 62241. ita DC. 11897. ad DL. 7401. quo subtracto de DP. 97030. relinquitur LP. 89629. sinus arcus 59°. 58'. cuius complementum 26°. 20'. est latus AC. quæsitum.

III. Si angulus datus sit obtusus: eiusq; sinus uersus Db.

AB. 45. 58. Idem 45. 58.
BC. 59. 58. Compl 30. 2.
AF. 105. 16. DN. 76. 0. DP. 97030.
QF. 15. 16. ——— VF. 27452.
ABC. 112. 35. DR. 124482.
Exc. 22. 35. Db 138403. DT. 62241.

Vt DE.

Vt DE. 100000 ad DT. 62241. ita Db. 138403. ad Da. 86143. quo subtracto de DP. 97030. relinquitur aP. 10887. sinus arcus 6°. 15'. cuius complementum 83. gr. 45. m. est AC latus tertium quæsitum.

IV. Si angulus datus datus sit obtusus, eiusq; sinus uersus Dh.

AB. 45. 58.	Idem. 45. 58.	
BC. 59. 58.	Compl. 30. 2.	
AF. 105. 16.	DN. 76. 0.	DP. 97030.
QF. 15. 16.		VF. 27452.
		DR. 124483.
ABC. 170.		DT. 62241.
90.		
Exc. 80. Dh. 198481.		

Vt DE. 100000. ad DT 62241. ita Dh. 198481. ad Dg. 123536. de quo subtractus sinus DP. 97030. relinquit Pg. 26506. sinum arcus 15. gr. 22. qui additus ad quadrantem 90. gr. constituit AC latus tertium quæsitum. 105. gr. 22. m.

NOTA. Si quartus numerus in hoc casu idem reperiatur cum sinu DP. quomodo reperiretur ex sinu uersu DI: indicio est, tertium latus esse quadrantem: quia nullum habet sinum complementi uel excessus. Nam, si DP. subtrahas à DP. restat nihil.

V. Si latus tertium datum sit quadrante minus: eiusq; complementi sinus LP.

O AB. 45.

AB. 45. 58. Idem 45. 58.
BC. 59. 58. Compl. 30. 2.
AF. 105. 56. DN. 76 0. DP. 97030.
QF. 15. 56. — VF. 27452.
DR. 124482.
AC. 26. 20. DT. 62241.
59. 58. — LP. 80620.
DL. 7401.

Vt DT. 62241. ad DE. 100000. ita DL. 7401. ad DC. 11897. quo subtracto de DE. 100000. restat CE. 88103. sinus anguli CBE. 61. 46. cuius complementũ 28. 14. est angulus ABC. quæsitus.

VI. Si latus tertium datum sit quadrante maius: eiusq; excessus sinus Pg.

AB. 45. 58. Idem 45. 58.
BC. 59. 58. Compl. 30. 2.
AF. 105. 56. DN. 76. 0. DP. 97030.
QF. 15. 56. — VF. 27452.
AC. 105. 22. DR. 124482.
Exc. 15. 22. Pg. 26506. DT. 62241.
DP. 97030.
Dg. 123536.

Vt DT. 62241. ad DE. 100000. ita Dg. 123536. ad Dh. 198481. sinum uersum anguli ABC. quæsiti 170. gr.

VSVS

VSVS PRÆCEDENTIVM AXIOMATVM,

Siue

Manuductio, qua ostenditur, quomodo beneficio illorum quatuor axiomatum, quæ hactenus explicata sunt, quodlibet quæsitum in quouis Triangulo Sphærico, quam facilimè reperiri possit.

Principiò memento, Triangulum sphæricum aliud esse rectangulum, aliud obliquangulum. Et rectangulorũ aliud habere tres, aliud duos, aliud unicũ rectũ.

Si igitur Triangulum sphæricũ rectangulum habeat tres rectos: datis tribus illis rectis, etiam latera ipsorum data sunt: & contra, per 68. p. 1.

Si Triangulum sphæricum rectangulum habeat duos rectos: datis duobus illis rectis data sunt etiam duo latera, duobus illis rectis opposita: nempe duo quadrantes, per 68. p. 1. Quod si præterea etiam detur latus tertium, uel angulus tertius: dato horum alterutro, etiam alterum datum erit: cum latus tertium angulo tertio quadrantetenus oppositum, nihil aliud sit quam anguli illius mensura, per 58. p. 1

In his igitur duobus casibus nulla Trigonometria est opus. At si Triangulum sphæricum rectangulum tantum unicum habeat rectum, cæteros duos obliquos, in eo casu Trigonometria sæpe requiritur.

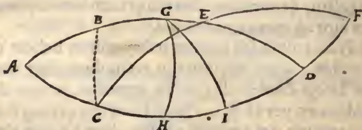
Cum autem triplex sit huiusmodi Triangulum sphæricum rectangulum. Vel enim anguli reliqui duo ambo sunt acuti, uel ambo obtusi, uel alter obtusus, alter acutus, per 63. p. 1: Axiomata nostra, non nisi eorum solutionem ostendunt: quæ duos habent præter rectũ

acutos: ac proinde latera singula quadrantibus minora. per 65. p. 1.

Quod si igitur soluendum tibi detur Triangulum sphæricum rectangulū cum duobus obtusis: aut cum uno obtuso & altero acuto: aut cum lateribus duobus sigillatim quadrante maioribus: pro eo Triangulo soluas Triangulum minus ipsi oppositum. Vt.

Si detur tibi soluendum Triangulum B D C. rectangulum ad D. & obtusangulum ad B & C. pro eo soluas Triangulū A B C,

Schema XXIII.



Triangulo B D C. ex angulo D. oppositum. Quibuscunq; enim tribus in Triangulo B D C datis: etiam tria in Triangulo A B C data erunt: cum anguli ad A & D sint æquales per 59. p. 1. latera uerò A B & A C. laterum B D & C D. obtusi deniq; ad B & C. acutorum ad B & C. complementa, per 60. & 21. p. 1.

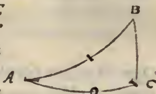
Similiter si detur tibi soluendum Triangulum C E D. rectangulum ad D. obtusangulum ad E. & acutangulum ad C. pro eo soluas Triangulum E D F Triangulo E C D. ex angulo C. oppositum.

Si uerò soluendum tibi detur Triangulū sphæricum rectangulum, cum duobus acutis: aut cum lateribus omnibus sigillatim quadrante minoribus: in illo nihil

quæri

quæri poterit: quod non beneficio paucissimorum nostrorum axiomatum: ex tribus quibuscunq; datis unica uel multiplicatione uel diuisione: aut interdum etiam sine omni tam multiplicatione quam diuisione, per solam additionem & subtractionem reperias: modo hoc obserues: ut si in ipso Triangulo proposito idonea ad solutionem proportio inter data & quæsita non appareat, mox singula eius latera usq; ad quadrantes continues: & totam figuram quadrante claudas. Id enim si feceris, in complementis datorum & quæsitorum laterum & arcuum certissimè reperies proportionem aliquam tuo instituto inseruientem.

Verbi gratia. Si in Triangulo A B C ex datis latere A B. & angulis B A C & A C B. quæratur latus A C. quia nulla in his datis & quæsitis proportio apparet, cuius mentio facta sit in axiomatibus proportionum: ideo latera singula usq; ad quadrantes continues, & totam figuram quadrante D F claudas hoc modo.



Schema LXIV.

Qua continuatione facta in Triangulis B D E & C D F. apparet talis proportio: de quali actum fuit axiomate secundo. Per istud igitur axioma sic concludes:

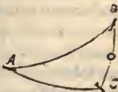
Vt sinus basis D E ad tangentem perpendiculi E B. ita sinus quadrantis D F, siue radius ad



Schema LXV.

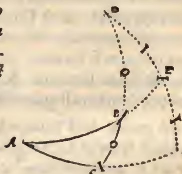
tangentem F C. cuius complementum est arcus A C. quæsitus. Similiter, *Si in Triangulo A B C dati sint omnes anguli: quæratur autem perpendiculum B C. quia in his datis & quæsitis nulla apparet proportio: secundum nostra quidem axiomata: ideo Triangulum A B C continues hoc modo:*

Schema LXVI.



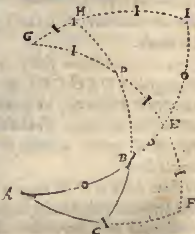
Quo facto erit in Triangulo D E B, Vt D B E ad D E. ita D E B ad D B. per axioma tertium, quo D B. noto, notum est etiam eius complementum B C.

Schema LXVII.



Quod si prima continuatio non suffecerit: etiam secundam adhibeas licet: ut factum uides in hoc exemplo: ubi ad quærendam ex datis tribus angulis hypotenusam prima continuatio non suffecit. Secundã igitur asciuimus: hoc est: continuauimus etiam Triangulum B D E. ut pridem continuaueramus Triangulum A B C. quo facto, apparuit esse. *Vt H I. tang. ad I B. rad. ita D E. tang. ad E B. sinum, per*

Schema LXVIII.



axioma

axioma secundum, cuius B E arcus complementum est hypotenusa A B, quæsita.

DE OBLIQVANGVLIS.

Atq; hæc de rectangulis. De obliquangulis ab initio idem fere monendus es, quod de rectangulis: nempe, si soluendum tibi detur Triangulum obliquangulum, laterum sigillatim quadrantibus maiorum: pro eo soluas Triangulum ipsi oppositum: quod laterum sit sigillatim quadrantibus minorum. Quam oppositionē didicisti lib. 1. prop. 60. Nam axiomata proportionū nostra: etsi quodammodo generalia esse possint: præcipue tamen accomodata sunt ad ea Triangula, quorum latera singula, uel certè duo principalia (quæ nimirum angulum datum aut quæsitum includunt.) sigillatim sint quadrantibus minora.

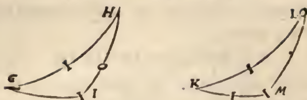
Horum igitur quædam absq; reductione ad rectangula solui possunt: quædam absq; reductione ad rectangula solui non possunt.

Absq; reductione ad rectangula solui possunt: quæ tertio uel quarto proportionū axiomati conueniunt. Tertio proportionum axiomati conueniunt, in quibus uel ex datis duobus lateribus cum angulo uni eorum opposito: angulus alteri eorum oppositus: uel contra ex datis duobus angulis, cum latere uni eorum opposito, latus alteri eorum oppositum inquiritur. Vt in istis:

In quibus est: ut G I H ad G H, ita H G I ad H I. Et ut K L ad K M L, ita K M ad K L M.

Quarto

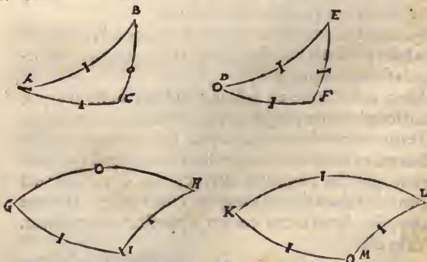
Schema LXIX.



Quarto proportionum axiomati conueniunt, quædam per ſe, quædam per accidens.

Quarto proportionum axiomati per ſe conueniunt: in quibus uel ex datis duobus lateribus ſigillatim quadrante minoribus unà cū angulo ab ipſis comprehenſo, latus tertium: uel contra ex datis omnibus tribus lateribus angulus quiſpiam à duobus lateribus ſigillatim quadrante minoribus, comprehenſus, inquiritur. Vt in iſtis:

schema LXX.



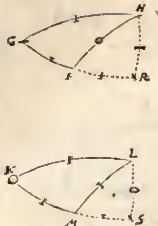
In quorum poſterioribus duobus: quæ latus G H & K L habent quadrante maius: Si talis inſtituatur inquiſitio qualem ſequentes notæ indicant. Quia

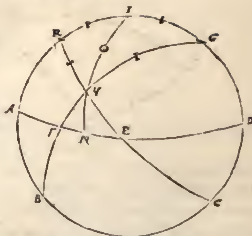
Schema LXXI.

Quia ſic duo latera angulum datum uel quæſitum includentia non ſunt utraq; ſigillatim quadrantibus minora: ut axioma quartum requirit: Pro Triangulo G H I uel K L M. ſoluas Triangulum H N O uel L P Q. in quo utrouis, duo latera angulum datum uel quæſitum includentia, iuxta præceptum quarti axiomatis, ſigillatim ſunt quadrantibus minora.

Quod ſi latus G H uel K L ſit quadrans: non neceſſe eſt ut ſoluas Triangulum obliquangulum G H I uel K L M. Sed ſoluere poteris rectangulum, quod tali obliquangulo ſemper adiacet: ut ex ſequentibus tribus ſchematibus apparet.

Schema LXXII.





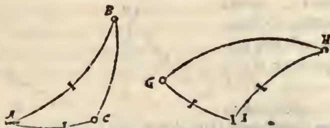
In quibus si latus minus G I uel K M continues usque ad quadrantem G R uel K S. In Triangulis G H R & K L S anguli ad H & R. item ad L & S. erunt recti, per 68. p. 1. & latus H R uel L S erit mensura anguli ad G uel K per 58. p. 1. adeoq; existet inde rectangulum I H R uel M L S. trium datorum: quo rectangulo soluto, etiam obliquangulum illi adiacens: (quippe quod complementa rectanguli contineat) solutum erit.

His obseruatis: quartum axioma sufficiet: neq; opus erit, ut ad singulos obliquangulorum casus singula axiomata fabricemus: quod alioqui fieri poterat.

¶ Sed & illud hoc loco tenendum est: Si data quidem obliquanguli propositi ad quartum axioma congruant: Quæsitum uerò non item: Vt in istis:

In quorum primo quæritur angulus ad B uel C: in altero, angulus ad G. uel H. principio latus B C uel G H. quærendum esse per axioma quartum: Deinde ex illo inuento, anguli quicunq; reliqui per tertium.

Atque

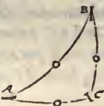


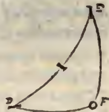
Schema LXXIII.

Atq; hæc de illis obliquangulis: quæ quarto proportionum axiomati per ſe conueniunt.

¶ Quarto proportionum axiomati per accidens conueniunt: in quibus uel ex datis tribus angulis latus aliquod, uel ex datis duobus angulis cum latere ipſis interiacente tertius angulus inquiritur, ut in iſtis:

Quæ propterea dico per accidẽs conuenire quarto axiomati: quia non aliter ipſi conueniunt: quã





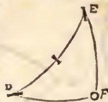
Schema LXXIV.

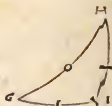
quatenus latera in angulos & contra, anguli in latera permutantur: quod qua condicione fieri poſſit: oſtendimus lib. 1. prop. 61. quam propoſitionem qui penitus intellexerit, & animo probè infixerit, nihil hîc præterea deſiderabit. In tyronum tamen gratiam: qui præcipua præceptionum momenta non ſemper obſeruant: id hîc repeto & inculco: in hac permutatione angulorum & laterum, pro latere maximo & angulo ipſi oppoſito ſemper complementa ad ſemicirculũ eſſe ſumenda; propter cauſas ad dictam prop. 61. libri 1. oſtenſas. *Exempli gratia. Si in Triangulo D E F. angulos*

 in latera

Schema LXXV.

in latera & contra permutaueris, Triangulum inde tale existet, quale est G H I. Vnde apparet ad calculum assumendum



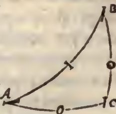


esse non sinum uersum lateris D E, sed complementi ad semicirculum: quod complementum respondet obtuso H I G.

Cæterùm, quod de illis obliquangulis monuimus: quæ per se quarto axiomati conueniunt: nempe, si Data quidē axiomati quarto conueniant, Quæsitum uerò non item; id etiam hîc locum habet.

Schema LXXVI.

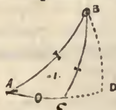
Verbi gratia. Si in obliquangulo A B C. ex datis angulis ad A & B, unà cum latere A B. inquirendum sit latus A C uel B C. principiò quæras oportet angulum A C B. per axioma quartum: & tum deniq; latus A C uel B C per axioma tertium.

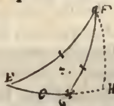


Restant illa obliquangula; quæ neq; tertio neq; quarto proportionum àxiomati conueniunt. In quibus nempe uel ex datis duobus lateribus & angulo uni eorum opposito, angulus neutri eorum oppositus aut latus angulo ignoto oppositum: uel contra, ex datis duobus angulis, & latere uni eorum opposito, latus neutri eorum oppositum, aut angulus lateri ignoto oppositus inquiritur. Hæc solui non possunt, nisi ad rectangula reducantur. Ad rectangula autem reducuntur, per dimissionem perpendiculi. Quod perpendiculum uel extra uel intra Triangulum cadit. Extra

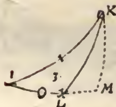
Triangulum

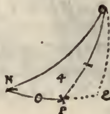
Triangulum cadit: si dimittatur ab angulo acuto. Intra Triangulum cadit, si dimittatur ab angulo obtuso. Vtcunq; autem cadat: semper angulo noto opponitur: & per axioma tertium reperitur, hoc modo.

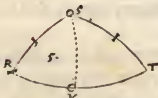


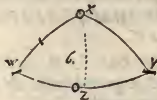


Schema LXXVII.



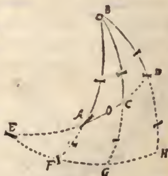






1. Vt ADB. ad AB. ita DAB ad DB.
2. Vt GHF. ad GF. ita HGF ad HF.
3. Vt IMF. ad IK. ita MIK ad MK.
4. Vt PQO. ad PO. ita OPQ. ad OQ.
5. Vt RVS. ad RS. ita VRS ad VS.
6. Vt WZX. ad WX. ita ZWX ad ZX.

Inuentis autem perpendiculis BD, FH, KM,&c. in omnibus iſtis obliquangulis habentur bina rectangula trium Datorum: *Verbi gratia. In primo genere A B D & D C B: in ſecundo, E F H & G F H: & ita deinceps.* Quorũ rectangulorum beneficio, quicquid in obliquangulis adiunctis requiritur, facilimè reperitur: præſertim, ſi latera ſingula usque ad quadrantes continuentur: hoc modo.



Qua continuatione facta: Si ex datis A B, B C, B A C. quærã A C. dico per axioma primum.

Schema LXXVIII

I. Vt H D ad D E. ita F A. ad A E. quo ſubtracto de E D reſtat A D.

II. Vt H D ad D E. ita G C ad C E. cuius complementũ eſt C D. quo ſubtracto de A D. reſtat arcus A C. quæſitus.

Sin ex ijsdem datis quæram angulum A B C. dico: per axioma ſecundum.

I. Vt D H ad H E. ita A F ad F E, quo ſubtracto de E H reſtat F H.

II. Vt D H ad H E. ita C G ad G E. cuius complementum eſt G H. quo ſubtracto de F H. reſtat F G. menſura anguli A B C. quæſiti.

Cætera uſus te docebit.

BARTHOLOMÆI PITISCI GRUNBERGENSIS TRIGONOMETRIÆ LIBER QUINTUS.

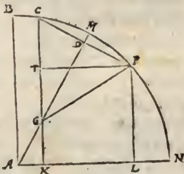
De compendiis quibusdam Canonis Triangulorum & condendi & usurpandi.

Superioribus quatuor libris necessaria Trigonometriæ præcepta persecuti sumus. Quinto hoc & postremo libro compendia quædam trademus, Canonis Triangulorum tum condendi, tum usurpandi: non necessaria illa quidem; sed quæ tamen magnum & jucundum in Trigonometria usum habeant.

COMPENDIUM CANONIS condendi primum.

XXXV. Differentia sinuum arcuum duorum à Sexaginta gradibus hinc inde pariter distantium, est æqualis sinui distantiæ. *Finck. & Lansperg.*

DECLARATIO. Sint duo arcus CN & PN. à 60. gradibus MN, hoc est, à puncto M. hinc inde pariter distantes. Sintq; sinus illorum arcuum, rectæ CK & PL, in rectam AN perpendiculares per 3. c. 7. huius: ac proinde inuicē parallelæ, per 38. p. 1. Porro, in



Schema XXXIX.

rectam CK ducatur normalis PT, parallela rectæ KL per 38. p. 1. Hæc, recta PL de recta CK abscindet æqualem TK, per 39. p. 1.

39. p. 1. & relinquet differentiam ſinuum CK & PL, rectam TC. Sinus deniq; diſtantiæ alteriusutrius à 60. gradibus ſit recta CD uel DP. Dico: rectam TC. rectæ CD uel DP eſſe æqualem.

DEMONSTRATIO. Quia enim in Triangulo CGP perpendicularis GD biſecat baſin CP, per 7. huius & per theſin: ideo latera GC & GP ſunt æqualia, per 23. p. 1. & anguli CGD & DGP itidem ſunt æquales, per eandem: & anguli deniq; GCP & GPC ſimiliter ſunt æquales per 26. p. 1.

Atqui angulus CGD eſt 30. partium: quippe æqualis angulo BAM. per 38. p. 1.

Ergo angulus CGP eſt 60. partium: quippe ad angulũ CGD. duplus.

Quia uerò angulus CGP eſt 60. partiũ, ideo reliqui duo GCP & GPC. ſimul ſumti ſunt 120. partium, per 49. p. 1.

Atqui reliqui illi duo demonſtrati ſunt æquales. Ergo ſinguli eorum, ſunt 60. partium.

Totidem autem partium erat etiam angulus CGP. Ergo Triangulum CGP eſt æquiangulum.

Quia uerò Triangulum CGP eſt æquiangulum, ideo etiam eſt æquilaterum, per 28. p. 1.

Quia porro Triangulum CGP eſt æquilaterum, ideo perpendicularis PT biſecat baſin CG, per 23. p. 1. Iam, latera CP & CG ſunt æqualia.

Ergo etiam eorum biſegmenta CT & CD ſunt æqualia. Quod demonſtrandum erat.

CONSECTARIVM. Datis igitur ſinibus ſexaginta quorumcunq; graduum, ſinus reliquorum triginta graduum per ſolam uel additionem uel ſubtractionem reperire licet. *ILLVSTRA-*

ILLVSTRATIO per numeros. *Sint arcus CN. 70. PN. 50. CM uel PM 10. graduũ. Nam totidẽ gradibus arcus 70. & 50. graduum ab arcu 60. graduũ hinc inde distant. Sintq; primũ dati sinus 70. & 10. graduũ. Quæratur autẽ sinus 50. graduũ.*

De sinu 70. gr. CK. —————— *93969.*
Subtrahe sinum 10. gr. CD uel CT. ——— *17364.*
Et relinquetur sinus 50. gr. TK uel PL. 76605.

Sint deinde dati sinus 70. & 50. graduum.
Quæratur autem sinus 10. graduum.

De sinu 70. gr. CK. ——————— *93969.*
Subtrahe sinum 50. gr. TK. uel PL. ——— *76605.*
Et relinquetur sinus 10. gr. TC uel CD. 17364.

Sint deniq; dati sinus 50. & 10. graduum.

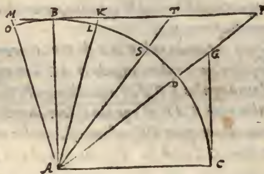
Ad sinum 50. gr. PL uel TK. —————— *76605.*
Adde sinũ 10. gr. DP uel TC. —————— *17364.*
Et fiet sinus 70. gr. CK. —————— *93969.*

COMPENDIVM CANONIS condendi secundum.

XXXVI. Differentia tangentium duorum arcuum, quadrantem simul adimplentium est dupla ad tangentem differentiæ arcuum. *Adrian. Rom.*

DECLARATIO.

Sint duo arcus, quadrantem simul adimplentes, CD & BD, eorumq; Tangentes CG & BP. Et arcui CD statuatur æqualis arcus BS. unde apparebit differentia datorum



Schema XL.

arcuum C D uel B S & B D arcus S D. Tangenti item C G statuatur æqualis Tangens B T. unde apparebit differentia datarum Tangentium C G uel B T & B P recta T P. Arcui deniq; S D. statuantur æquales arcus B L. & B O. quorum arcuum Tangentes sint B K & B M. Dico, rectam T P. differentiam nempe datarum duarum Tangentium C G & B P esse duplam ad rectam B K, Tangentem differentiæ datorum duorum arcuum. Vel quod idem est: dico, rectam T P esse æqualem rectæ M K.

DEMONSTRATIO. Si enim ab æqualibus auferas æqualia, quæ restant sunt æqualia.

Atqui rectæ K P & M T sunt æquales.

Ergo si ab utraq; auferas rectam K T, quæ restabunt rectæ T P & M K æquales erunt.

Assumptio probatur. Nam quæ eidem sunt æqualia: etiam inter sese sunt æqualia.

Atqui rectæ K P & M T eidem rectæ K A sunt æquales.

Ergo etiam inter sese sunt æquales.

Assumptio rursum probatur. Ac primum: quod recta K P sit æqualis rectæ K A sic probatur.

Quia in Triangulo A K P anguli K A P & K P A sunt æquales. Ergo etiam latera ipsis opposita, nempe latera K A & K P sunt æqualia per 5. p. 1.

Quod autem anguli K A P & K P A inter se sint æquales: inde patet, quia eidem angulo D A C sunt æquales.

Nam angulus K P A est æqualis angulo D A C per 38. p. 1. Angulus uero K A P est æqualis eidem angulo D A C, per structuram. Arcus enim B L positus est æqualis arcui S D differentiæ arcuum D C & B D. Angulus igitur B A L uel B A K est differentia

ferentia inter angulos B A P & D A C. Cum igitur anguli K A P & K P A eidem angulo D A C sint aquales: etiam inter sese aquales esse necesse est.

Deinde, quod recta M T sit aqualis recta K A, siue per structuram recta M A sic probatur.

Quia in Triangulo A M T. anguli M T A & M A T sunt aquales, ergo etiam latera ipsis opposita, nempe latera M T & M A sunt aqualia, per 5. p. 1.

Quod autem anguli M T A & M A T sint aquales, inde patet. Quia angulus M T A est aqualis angulo T A C. per 38. p. 1. Angulus autem T A C est aqualis angulo T A M per structuram. Arcus enim C S & S O positi sunt aquales.

Differentia igitur tangentium duorum arcuum quadrantem simul adimplentium, est dupla ad tangentem differentia arcuum. Quod demonstrandum erat.

CONSECTARIVM. Datis igitur tãgentibus duorum arcuum, quadrantem simul adimplentium, datur etiam tangens differentiæ duorum illorum arcuũ. & contra. *Data tangente differentia huiusmodi, duorum arcuum, unà cum tangente arcus alteriusutrius, datur etiam tangens arcus alterius.*

ILLVSTRATIO per numeros. *Sint data tangentes arcuum 36. & 54 gr. Et quaratur tangens differentia illorum arcuum: qua differentia est 18. gr. Calculus talis erit.*

54. gr. Tangens.	*137638.*	*B P.*
36. gr. Tangens.	*72654.*	*B T.*
Differentia.	*64984.*	*T P. uel M K.*
Semissis.	*32492.*	*B K. Tangens arcus*

B L. 18. graduum.

Contra, Sit data tangens differentia 18. gr. unà cum tangen-

te arcus 36. gr. Quæratur autem tangens arcus 54. gr. Calculus talis erit.

18. gr.	*Tangens*	32492.	*B K.*
	Eius duplum	64984.	*M K. uel T P.*
36. gr.	*Tangens*	72654.	*B T.*
	Summa	137638.	*B P. tangens arcus 54°.*

Vel, Sit data tangens differẽtiæ 18°. unà cum tangente arcus 54°. Quæratur autem tangens arcus 36°. Calculus talis erit.

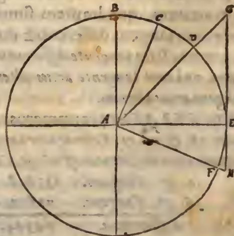
18. gr.	*Tangens*	32492.	*B K.*
	Eius duplum.	64984.	*M K. uel T P.*
54. gr.	*Tangens*	137638.	*B P.*
	Differentia	72654.	*B T. tangens arcus 36. gr.*

COMPENDIUM CANONIS condendi tertium.

Secans arcus est æqualis tangenti eiusdem arcus & dimidij complementi *Finck & Lansb.*

DECLARATIO. Sit datus arcus D E. eiusq; secans A G. complementum arcus dati D E. est D B. semißis illius complemẽti sit C D. cui æqualis statuatur E F sic, ut tangens arcus dati sit G E. tangens uerò dimidij complementi E H. Dico rectam inde compositam nempe rectam G H. rectæ A G. esse æqualem.

Schema XLI.



DEMONSTRATIO. In Triangulo enim A G H. anguli A H G & G A H sunt æquales. Ergo etiam latera ipsis opposita

A G &

AG & GH sunt aequalia per 5. p. 1. Anguli autem AHG & GAH. sunt aequales. Quia sunt aequalium angulorum CAG & EAH, complementa. Nam angulus quidem GAH est complementum anguli CAG. in quadrante CAH. per thesin: Angulus uerò AHG. est complementum anguli EAH in Triangulo EAH. per 52. p. 1. Quod demonstrandum erat.

CONSECTARIVM. Datis igitur tangentibus arcus & dimidij complementi datur eiusdem arcus secans. Et contra. Dato secante arcus, unà cum eiusdem arcus tangente, datur tangens dimidij complementi, ibi per additionem: hic per subtractionem.

ILLVSTRATIO per numeros. *Sit data tangens arcus 23°. 30′. & dimidij complementi 33°. 15′. Quaeratur autem secans arcus 23°. 30′. Calculus talis erit.*

Arcus 23°. 30′.	*Tang.*	*43481.*	*GE.*
Compl. 66 30.			
Semissis 33. 15.	*Tang.*	*65563.*	*EH.*
Arcus 23°. 30′.	*Sec.*	*109044.*	*GH. uel AG.*

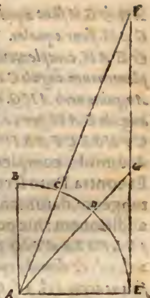
Contra. Sit data secans 23°. 30′. unà cũ tangẽte eiusdẽ arcus. Quaeratur autẽ tangens dimidij cõplemẽti. Calculus talis erit.

Arcus 23°. 30′.	*Sec.*	*109044.*	*AG.*
Compl. 66. 30.	*Tang.*	*43481.*	*GE.*
Dimid. 33. 15.	*Tang.*	*65563.*	*EH.*

COMPENDIVM CANONIS condendi quartum. Secans arcus, cum tangente eiusdem, est aequalis tangenti arcus ex arcu dato & dimidio complemento compositi.

DECLARATIO. Sit arcus DE secans AG. tangens EG. Dimidium complementum arcus DE sit arcus CD. & arcus inde compositus CE. & eiusdem arcus tangens EF. Dico

Tangentem E F. esse æqualem secanti A G & Tangenti G E: simul sumtis, hoc est, Dico rectam A G recta F G esse æqualem.



DEMONSTRATIO. *In Triangulo enim A F G anguli A F G & F A G. sunt æquales. Ergo etiam latera angulis illis opposita, nempe latera A G & F G. sunt æqualia per 5. p. 1.*

Schema XLII.

Anguli autem A F G & F A G. sunt inter se æquales. Quia eidem tertio, nempe angulo B A F sunt æquales: angulus quidem C A G per structuram: angulus uerò A F G. per 38. p. 1.

Secans igitur arcus, &c. Quod demonstrandum erat.

CONSECTARIVM. Dato igitur secante cuiuscunq;, unà cum tangente eiusdem, datur tangens ex arcu dato & dimidio complemento compositi. Et contra: data tangente arcus unà cum tangente arcus, ex arcu dato & dimidio complemento compositis, datur arcus primi secans. Ibi per additionem: hic per subtractionem.

ILLVSTRATIO per numeros. *Sit data secans arcus 50. gr. unà cum tangente eiusdem. Quæratur autem tangens arcus 70. gr. ex arcu dato 50. & dimidio complemento 20. compositi. Calculus talis erit.*

Arcus 50. gr. { Secans 155572. A G.
Compl. 40. gr. { Tangens 119175. G E.
Dimid. 20. gr.

Arcus comp. 70. gr. Tang. 274747. E F.

Sint

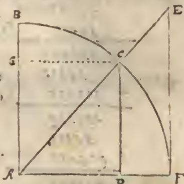
Sint contra data tangentes 50. & 70. gr. hoc est, arcus simplicis, & arcus cum dimidio complemento compositi. Quaeratur autem secans arcus simplicis. Calculus talis erit.

Arcus compositi 70. gr. Tang. 274747. EF.
Arcus simplicis 50. gr. Tang. 119175. EG.
Arcus simplicis 50. gr. Secans 155572. AG.

COMPENDIVM CANONIS usurpandi primum.

Vt sinus ad radium: ita radius ad secantem complementi.

DECLARATIO. Esto arcus propositus BC. eiusq; complementum CF. sinus rectus arcus BC. sit recta GC. uel AD. per 7. huius. Secans complementi CF sit recta AE. per 10. p. eiusdem. Dico quod sit:



Schema XLIII.

Vt DA sinus arcus BC. ad AC radium: ita FA radius ad AE secantem complementi CF.

DEMONSTRATIO. Triangula enim ACD & AEF. sunt aequiangula: propter parallelas CD & EF. per 38. p. 1. Ergo habent latera circa eundem acutum A. proportionalia: per 46. p. 1.

CONSECTARIVM. Quotiescunq; igitur in regula proportionum primo loco est sinus, secundo uel tertio radius: hoc est quotiescunq; datur proportio sinus ad radium: pro ea proportione, proportionem radij ad secantem complementi assumere, & ita diuisionem euitare licet.

ILLVSTRA-

ILLVSTRATIO per numeros. *Sit datum exemplum huiusmodi.* 20°. 4′

Vt sin. 34311. ad 100000. ita 4756. (siue sit sinus siue tangens, siue secans, siue alius quicunq; numerus) ad quartum quæsitum.

In huiusmodi exemplo: si uulgari uia procedendum sit: multiplicatio quidem, per solam additionem quinq; cyphrarum perficietur: at diuisio operosè fiet per numerum 34311. primo regulæ aureæ loco positum, hoc modo.

```
    475600000
    34311      (13861. Quotiens.
    132490
     34311
    102933
    295570
     34311
    274488
    210820
     34311
    20.5.8.6.6
     49540
     34311.
Residuum. 15229.
```

Hanc igitur operosam diuisionem ut euites: collara radium primo loco: & secantem complementi arcus 20°. 4′. nempe secantem 291449. substitue in locum radij: & calculus multò breuior talis erit.

Vt 34311.

Vt 34311. ad 100000. ita 4756.
100000. ad 291449.

4756
1748694
1457245
2040143
1165796
13861 | 31444.
Quotiens

Aut, si radius sit positus tertio loco, transpone, & colloca numeros hoc modo:

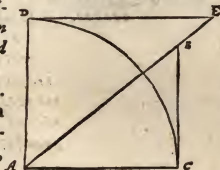
Vt 34311. ad 4756. ita 100000.
100000. 291449.

Deinde multiplica numerum tertium per secundum: & de producto abscinde notas quinq; : ut ante.

COMPENDIVM CANONIS usurpandi secundum.

Vt tangens ad radium: ita radius ad tangentem complementi.

DECLARATIO & DEMONSTRATIO. Nam ut BC ad CA. ita AD ad DE. per 38. & 46. pp. 1.



Schema XLIV.

CONSECTARIVM. Quotiescunq; igitur in regula proportionũ datur primo loco tangens, secundo uel tertio radius,

hoc est: quotiescunq; datur proportio tangentis ad radium: pro ea proportione, proportionem radij ad tangentem accipere, & ita diuisionem euitare licet.

ILLVSTRATIO per numeros. *Sit datum exemplum huiusmodi.* *21. gr. 30. m.*

Vt tang. 39391. ad 100000. ita quicunq; numerus. 3562. ad quartum.

Calculus uulgaris talis erit.

356200000
39391 (9042. Quotiens.
354519.
168100
39391.
157.5.6.4.
105360
39391.
7.8.7.8.2
26578. Residuum.

At, compendio adhibito, calculus talis erit.

Vt Tang. 39391. ad 100000. ita 3562.
100000. 253865.
3562.
507730
1523190
1269325
761595
9042|67130.

FINIS.

Bartholomæi Pitiſci
Grunbergenſis.

PROBLEMATVM VARIORVM:

Nempe

Geodæticorum,
Altimetricorum,
Geographicorum,
Gnomonicorum, &
Aſtronomicorum:

LIBRI DECEM.

Trigonometriæ ſubjuncti, ad uſum eius demonſtrandum.

AVGVSTÆ VINDELICORVM
typis Michaëlis Mangeri.
Et
Impenſis Dominici Cuſtodis Calcographi.

---

cIↃ. IↃ. IↃ.

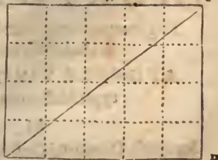
Ff Bartho-

Bartholomæi Pitisci Grunbergensis PROBLEMATVM GEODÆTICORVM Liber unus.

PRÆFATIO.

Socrates hunc principalem Geometriæ (cuius pars est Trigonometria) finem esse statuebat: ut ag. um planum metiri diuidereq; possis. Tanti Philosophi judicium secuti, istius generis problematibus meritò primum locum attribuimus. Cæterùm, cum uariæ sint rationes agri plani dimetiendi, mihi ea semper uisa est expeditissima, quæ fit uel per quadrangula, uel per triangula rectangula. Nam si duo latera includentia rectum, inter se multiplices, productum multiplicationis totum, erit area quadranguli; dimidium, trianguli; à talibus lateribus constituti. Vt si duo latera includentia rectum A B C. nempe A B. quatuor decempedarum, & B C. 5. inter se multiplices, productum multiplicationis totum, nempe 20. erit area quadranguli A B C D. Productum uerò multiplicationis dimidiũ nempe 10. erit area Trianguli A B C. ut uel ex adiuncto diagrammate liquet. Ad huiusmodi igitur

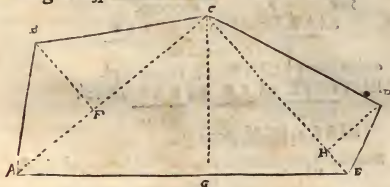
Schema LXXX.



igitur Triangula plana rectangula quomodo ager quilibet, qui formam exactè quadrangulam rectangulam non habeat, ſine errore reduci poſſit, duobus problematibus oſtendemus.

PROBLEMA PRIMVM.

Agrum planum multangulum, cuius data ſint latera unà cum diagonijs: ſed anguli non item: in Triangula rectangula diſpertire.



Schema LXXXI.

Sit propoſitus ager planus multangulus A B C D E. Et ſint data eius latera omnia: unà cum diagonijs A C & C E. quærantur autem perpendicula B F. C G & D H. unà cum ſegmentis diagoniorum A F & F C. Item A G & G E, & deniq; C H & H E. Et ſint, A B. *7.* pedum, B C. *9.* C D. *10.* D E. *4.* E A. *17.* A C. *13.* C E. *11.*

Dico pro ſolutione Trianguli obliquanguli A B C.

I. Vt A C. ad A B & B C. ita differentia inter AB & B C.
(13) (16.) (2.)
ad $2\frac{6}{13}$. quo demto de A C. 13. relinquitur $10\frac{7}{13}$. cuius dimidium $5\frac{7}{26}$. eſt A F. quo ſubtracto de A C. 13.

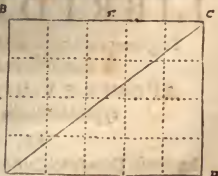
 relinquitur

Bartholomæi Pitiſci Grunbergenſis PROBLEMATVM GEODÆTICORVM Liber unus.

PRÆFATIO.

Socrates hunc principalem Geometriæ (cuius pars eſt Trigonometria) finem eſſe ſtatuebat: ut ag. um planum metiri diuidereq́; poßis. Tanti Philoſophi judicium ſecuti, iſtius generis problematibus meritò primum locum attribuimus. Cæterùm, cum uariæ ſint rationes agri plani dimetiendi, mihi ea ſemper uiſa eſt expeditiſſima, quæ fit uel per quadrangula, uel per triangula rectangula. Nam ſi duo latera includentia rectum, inter ſe multiplices, productum multiplicationis totum, erit area quadranguli; dimidium, trianguli; à talibus lateribus conſtituti. Vt ſi duo latera includentia rectum A B C. nempe A B. quatuor decempedarum, & B C. 5. inter ſe multiplices, productum multiplicationis totum, nempe 20. erit area quadranguli A B C D. Productum uerò multiplicationis dimidiũ nempe 10. erit area Trianguli A B C. ut uel ex adiuncto diagrammate liquet. Ad huiusmodi

Schema LXXX.

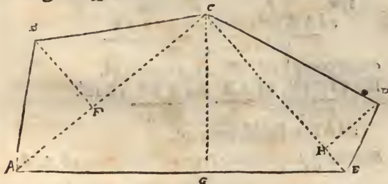


igitur

igitur Triangula plana rectangula quomodo ager quilibet, qui formam exactè quadrangulam rectangulam non habeat, sine errore reduci possit, duobus problematibus ostendemus.

PROBLEMA PRIMVM.

Agrum planum multangulum, cuius data sint latera unà cum diagonijs: sed anguli non item: in Triangula rectangula dispertire.



Schema LXXXI.

Sit propositus ager planus multangulus A B C D E Et sint data eius latera omnia: unà cum diagonijs A C & C E. quærantur autem perpendicula B F. C G & D H. unà cum segmentis diagoniorum A F & F C. Item A G & G E, & deniq; C H & H E. Et sint, A B. 7. pedum, B C. 9. C D. *10.* D E. *4.* E A. *17.* A C. *13.* C E. *11.*

Dico pro solutione Trianguli obliquanguli A B C.

I. Vt A C. ad A B & B C. ita differentia inter A B & B C.
13 16. 2.
ad $2\frac{6}{13}$. quo demto de A C. 13. relinquitur $10\frac{7}{13}$. cuius dimidium $5\frac{7}{26}$. est A F. quo subtracto de A C. 13.

 relinquitur

relinquitur F C. $7\frac{19}{28}$. per ax. 6. planorum.

II. Vt AB. ad AFB. ita AF.

7. 100000. $5\frac{7}{28}$.

ad ſinum anguli A B F.

75274. —— 48°. 50′.

cuius compl. eſt B A F. 41. 10. per 4. pl.

Vel:

Vt AF. ad AB. ita AF. radius.

$5\frac{7}{28}$ 7 100000.

ad A B. ſecantem anguli B A F.

132847. —— 41°. 10′.

cuius compl. eſt ABF. 48. 50. per 3. pl.

III. Vt A F B. ad A B. ita B A F. 41°. 10′.

100000. 7. 65825.

ad B F. $4\frac{60775}{100000}$. per 4. pl.

Similiterq; pro ſolutione Trianguli obliquanguli ACE.

Dico:

I. Vt A E. ad A C & C E. ita differentia inter AC & C E.

17. 24. 2.

ad $2\frac{14}{17}$. quo demto de A E. 17. relinquitur $14\frac{3}{17}$. cuius dimidium $7\frac{3}{34}$. eſt G E. quo ſubtracto de E A 17. relinquitur G A. $9\frac{31}{34}$. per 6. pl.

II. Vt CE. ad CGE ita GE.

11. 100000 $7\frac{3}{34}$.

ad ſinum anguli G C E.

64439. 40°. 7′.

cuius compl. eſt C E G. 49°. 53′. per 4. pl.

Vel:

Vt G E.

Vt GE. ad EC. ita GE: radius.
$7\frac{3}{34}$ 11 100000.
ad E C. ſecantem C E G.
155207 ---- 49°. 53′.
cuius compl. eſt G C E. 40°. 7′. per 3. pl.
III. Vt E C. radius ad C G. ſinũ 49°. 53′. ita E C. hypoteꝰ
100000 67473. 11 (nuſa
ad C G. perpendiculum
$8\frac{41203}{100000}$. ped. per 1. pl.

Deniq; pro ſolutione Trianguli obliquanguli CDE. Dico:

I. Vt C E. ad C D & D E. ita differentia inter C D & DE.
11 14. 6.
ad $7\frac{7}{11}$. quo ſubtracto de C E. 11. relinquitur $3\frac{4}{11}$. cuius dimidium $1\frac{15}{22}$. eſt H E. quo ſubtracto de C E. 11. relinquitur C H. $9\frac{7}{22}$. per 6. pl.

II. Vt ED. ad EHD. ita HE.
4 100000 $1\frac{15}{22}$.
ad ſinum anguli H D E. 24°. 52′.
42046.
cuius compl. eſt H E D. 65°. 8′. per 4. pl.

Vel.

Vt HE. ad ED. ita HE. radius.
$1\frac{15}{22}$. 4 100000.
ad E D ſecantem H E D.
237857 ------ 65°. 8′.
cuius compl. eſt HDE. 24°. 52′. per 3. pl.

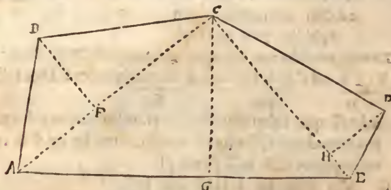
III. Vt DHE ad DE. ita HED. 65°. 8′.
100000 4 90729. ſinus
ad HD. $3\frac{62916}{100000}$. ped. per 4. pl.

PROBLEMA SECVNDVM.

Agrum planum multangulum: cuius data sint latera & anguli exteriores: diagonij non item: in Triangula rectangula dispertire.

Sæpe fit, ut ager planus rectis itineribus pertransiri non possit: propter arbores aut paludes interiectas:

Schema LXXXI.



In eo casu lineæ angulares siue diagonij, & inde denique perpendicula ac bases Triangulorum rectangulorum reperiuntur hoc modo. Sit exempli gratia ager planus multangulus A B C D E: qui pridem: Et sint in eo data latera A B. 7. ped. B C. 9. C D. 10. D E. 4. E A. 17. unà cum angulis ABC. 108°. 2'. B C D. *148°. 10'*. CDE. *93°. 36'*. D E A. *115°. 1'*. E A B. *81°. 29'*. (*Qui anguli, ut hoc obiter dicam, rectissimè capiuntur per instrumentum orbiculare, dioptrâ mobili & compasso fixo instructum, & in partes 360. diuisum*) Quærantur autem perpendicula & bases Triangulorum rectangulorum in eo agro contentorum.

Pro solutione Trianguli obliquanguli A B C.

Primum colligo & summam & differentiam laterum A B & B C. Itemq; summam & dimidium summæ angulorum ad A & C. hoc modo.

B C. 9.	A B C. 108°. 2′.
A B. 7.	Compl. 71. 58.
Summa 16.	Dimid. 35. 59.
Differentia 2.	

Deinde dico:

I. Vt A B & B C. ad differentiam, ita tangens 35°. 59′.
16. 2. 72610.
ad tangentem 9076. arcus 5°. 11′. quo addito ad 35°. 59′. efficitur angulus B A C. 41°. 10′. subtracto uerò eodem de 35°. 59′. relinquitur angulus B C A. 30°. 48′. per 5. pl.

II. Vt A F B. ad A B. ita B A F. 41°. 10′.
100000 7 65825.
ad B F. $4\frac{60775}{100000}$. ped. per 4. pl.

III. Vt A F B. ad A B. ita A B F. 48°. 50′.
100000 7 75280.
ad A F. $5\frac{26960}{100000}$. ped. per 4. pl.

IV. Vt B F C. ad B C. ita F B C. 59°. 12′.
100000 9 85896.
ad F C. $7\frac{73064}{100000}$. ped. per 4. pl.

Deinde pro solutione Trianguli obliquanguli A C E.

Primum subtraho B A C. 41°. 10. ab E A B. 81°. 29′. & relinquitur C A G. 40°. 19′. cuius compl. est A C G. 49°. 41′. deinde compono A F. $5\frac{26960}{100000}$. & F C. $7\frac{73064}{100000}$. unde existit A C. $13\frac{24}{100000}$. Deniq; dico:

I. Vt

I. Vt $\frac{\text{AGC.}}{100000}$ ad $\frac{\text{AC.}}{13.}$ ita $\frac{\text{ACG. } 49°.\ 41'.}{76248.}$

ad AG. $9\frac{91224}{100000}$. ped. per 4. pl.

II. Vt $\frac{\text{AGC.}}{100000.}$ ad $\frac{\text{AC.}}{13}$ ita $\frac{\text{CAG. } 40°.\ 19'.}{64701.}$

ad CG. $8\frac{41111}{100000}$. ped.

Postea subtraho AG. $9\frac{31}{34}$. ab AE. 17. ut restet GE. $7\frac{3}{34}$.

Postremò, ad solutionem Trianguli obliquanguli CDE accedens:

Primùm colligo summam & differentiam duorum laterum CD & DE. 14. & 6. Item, summam & dimidium summæ duorum angulorum ad C & E. quæ summa est 86°. 24'. adeoq; dimidium illius summæ 43°. 12'. quippe cum angulus datus CDE sit 93°. 36'. Deinde dico.

I. Vt 14 ad 6. ita tang. 43°. 12'.
Vel, ut 7 3 93906.

ad tang. 40245. anguli 21°. 55'. quo addito ad 43°. 12'. efficitur angulus CED. 65°. 74'. cuius complementum est angulus HDE. 24°. 52'. quo subtracto de angulo CDE. 93°. 36'. relinquitur HDC. 68°. 44'. cuius compl. est HCD. 21°. 16'. per 5. pl.

II. Vt $\frac{\text{CHD.}}{100000.}$ ad $\frac{\text{CD.}}{10.}$ ita $\frac{\text{HCD. } 21°.\ 16'.}{36271.}$

ad HD. $3\frac{62710}{100000}$. per 4. pl.

III. Vt $\frac{\text{CHD.}}{100000.}$ ad $\frac{\text{CD.}}{10}$ ita $\frac{\text{CDH.}}{93191.}$

ad CH. $9\frac{31910}{100000}$. per 4. pl.

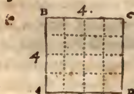
IV. Vt

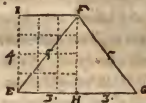
IV. Vt $\frac{\text{DHE.}}{100000}$ ad $\frac{\text{DE.}}{4}$ ita $\frac{\text{HDE.}}{42060.}$ $24^{\circ}.\ 52'$.

ad HE. $1,\frac{68240}{100000}$. per 4. pl.

APPENDIX.

Antequam hunc librum concludam: paucis te moneo, lector. quisquis es: si geodæsiam exercere uelis, ut etiam atq; etiam tibi caueas à uulgari illo errore circumforaneorum geodætarũ: qui quos agros ijsdem passibus obambulauerint, eos æquales esse censent. Quæ censura, quam sit iniqua, uel ex hoc exemplo disces:





Schema LXXXII

Sint duo agri A B C D. & E F G. utriq; habentes in circuitu decempedas sedecim. Et sit ager A B C D. quadratus, E F G. triangularis. Dico aream agri E F G. multò esse minorem, quam sit area agri A B C D. Nam area quidem agri A B C D. si latera A B & A D. in sese mutuò ducas, inuenietur esse sexdecim decempedarum. At area agri A F G. si perpendiculum F H. 4. ducas in basin alterutram E H uel H G. 3. non nisi duodecim decempedarum esse deprehendetur. Magna igitur iniuria afficietur, si quis eodem precio agrum E F G, quo agrũ A B C D uel emerit, uel conduxerit. Quatuor enim decempedis totis in tã paruo agro defraudabitur. Quanta igitur fraus futura esset in agro magno? *FINIS.*

Bartholomæi Pitisci Grunbergensis

PROBLEMATVM ALTIMETRICORVM

Liber unus.

PRÆFATIO.

Problemata altimetrica uocabulo minus quidem latino, sed tamen usitato, uocamus ea, quæ sunt de dimensione distantiæ & altitudinis atq; hypotenusæ quarumcunq; rerum sub aspectum nostrum cadentium. Quæ dimensio per uaria instrumenta fieri potest. Nobis uisum est ostendere, quomodo fiat per Quadrantem usitatum. Quorsum autem prosit, facilè intelligent ij, qui ex uocatione diuina debent. Cæteris exponere non est officij, nec instituti nostri.

PROBLEMA PRIMVM.

Data distantia, altitudinem inuenire.

Sit data distantia turris G B. nempe recta E G uel A C. *200.* pedum. Libeat autem scire, quanta sit altitudo pinnarum eiusdem turris, nempe puncti B. supra oculum mensoris C uel A.

Obseruatis per quadrantem angulis A K M & M K L. quorum ille est æqualis angulo A B C. per 38. p. *1.* & hic angulo B A C. propterea, quod ut angulus B A C. est complementum anguli A B C. per 52. p. *1.* ita angulus M K L. est complementũ anguli A K M. per *9.* p.

Æqualium

Æqualium autem angulorum A K M & A B C. complementa M K L & B A C. inæqualia eſſe non poſſunt, per naturam. His, inquam, in hunc modum obſeruatis: & repertis angulis A B C *60.* gr. *20.* m. B A C. *29*°.. *40*′. Dico:

Vt A B C *60.* gr. *20.* m. ad A C. diſt. ita B A C. *29*°.. *40*′.

86892. *200.* ped. *49495.*

ad B C. $113\frac{80204}{86892}$. id eſt, ferè *114.* ped. per quartum planorum.

Vel compendioſius per ſecundum.

Vt A C. radius ad B C. tangentem anguli B A C. *29*°.. *40*′;

100000 *55962*

(ita distantia AC.

200. ped.

ad alt. BC. $113\frac{924}{1000}$. id est ferè 114. ped.

NOTA. Si metiri libeat altitudinem globi Q. non danda erit distantia AC. sed AI. quia punctum Q. puncto C. non est perpendiculare.

PROBLEMA SECVNDVM.

Data distantia, hypotenusam inuenire.

Schema LXXXIII



Rursum sit data distantia A C. 200. pedum, quæratur autem hypotenusa A B. quot pedum?

Obseruatis & repertis per Quadrantem angulis, ut ante, Dico:

Vt A B C.

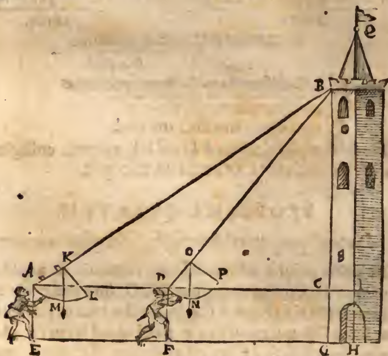
Vt A B C. 60. gr. 20. m. ad A C. diſtantiam: ita A C B.
86892. 200. ped. (90. gr.
ad A B hypot. $230\frac{14340}{86892}$. ped. 100000.
per quartum planorum.

Vel compendioſius per tertium.

Vt A C. Radius ad A B. ſecantem anguli B A C. 29. gr.
100000 115085. (40. ita A C. diſtantia.
ad A B. hypotenuſam $230\frac{17}{100}$. ped. 200. ped.

PROBLEMA TERTIVM.

Data aliqua parte diſtantiæ, reliquam diſtantiam inuenire.



Schema LXXXIII.

Sit data pars aliqua diſtantiæ A C. uerbi gratia, E F. uel A D. 90. pedum: quæratur autem reliqua pars diſtantiæ, per quam tranſire iam non liceat, propter paludes aut foſſas interiectas. Aſpectâ eâdem altitudine B. ex utroq; termino datæ diſtantiæ, nempe è puncto E & F, & obſeruatis in prima quidem ſtatione, angulo A K M. ſiue per 38. p. 1. A B C. 60. gr. 20. m. in ſecunda uerò, angulo D O N. ſiue per 38. p. 1. D B C. 44. gr. Primum ſubtraho tangentem anguli D B C. nempe rectam D C: 96568. à tangente anguli A B C. nempe à recta A C. 175556. Vt reſtet A D. 78988. Deinde dico:

Vt AD. differentia Tangentium ad DC. tangentē mi-
78988. 96568.
norem: ita AD. diff. ſtationum.
90. ped.
ad A C. diſtantiam ſtationis proximæ
110. ped. per 47. p. 1.
Quam diſtantiam D C. 110. ped.

ſi addas ad diſtantiam A D uel E F. 90. ped. colligitur inde diſtantia tota A C. uel E H. 200. ped.

PROBLEMA QVARTVM.

Data aliqua parte diſtantiæ, hypotenuſam inuenire.

Retentis prioris obſeruationis terminis & angulis: primùm ſubtraho angulum B D C, ſiue per prius demonſtrata N O P. 46. à duobus rectis 180. ut reſtet obtuſus A DB. 134. gr. per 20. p. 1. uel quod idem eſt, addo angulum D B C. 44. gr. ad angulum B C D. 90. ut reſultet

ſultet inde angulus A D B. 134. gr. per 48. p. 1. Deinde addo angulum A D B. 134. gr. ad angulum B A C. 29. gr. 40. m. ut ex ſumma duorum illorum angulorum 163. gr. 40. m. innoteſcat angulus tertius A B D. 16. gr. 20. m. Denique Dico:

Vt ABD. 16°. 20′. ad AD. partẽ diſtantiæ. ita ADB $\frac{46}{134}$. cõp.

28122 90. ped. 71933.

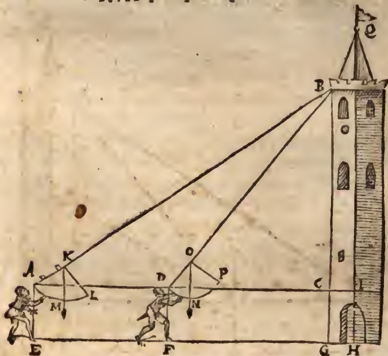
ad A B. hypot. 230.$\frac{401}{28122}$. ped.

Vel, ſi malis hypotenuſam D B. per 4. pl.

Vt A B D. ad A D. ita D A B. 29°. 40′.

28122. 90. 49495.

ad D B. 158$\frac{11274}{28122}$. ped. per 4. pl.



Schema LXXXIII

PROBLEMA

PROBLEMA QVINTVM.

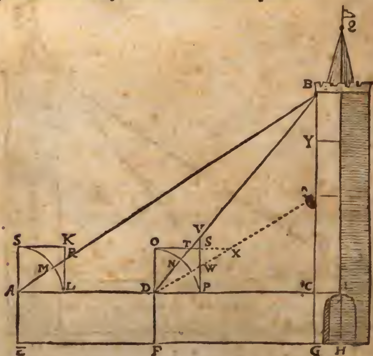
Data altitudine distantiam: uel, data aliqua parte altitudinis, reliquam altitudinem, aut hypotenusam, inde colligere.

Inuerte præcedens schema, sic ut B C sit distantia A C. altitudo: instrumento ad casum perpendiculi conuenienter applicato: & calculus erit idem.

APPENDIX.

Non erat mihi propositum quicquam de Quadrato Geometrico dicere. Sed quia in mentem uenit, multos fore, qui etiam istam theoriam desiderent: En tibi eam paucis.

Schema LXXXIV.



Latera

Latera Quadrati S K & K L. quorum illud umbra recta, hoc umbra uersa uulgò dicitur, nihil aliud sunt, quam tangentes arcuum semiquadrante minorum.

Itaque si dicas:

Vt A L. scala tota ad L R. partes æquales umbræ uersæ: ita A C distantia ad C B altitudinem.

Perinde est, ac si dixeris:

Vt A L radius ad L R tangentem, ita A C. distantia ad B C. altitudinem.

Ideo autem sufficiunt tangentes arcuum semiquadrante minorum, quia eadem est proportio tangentis ad radium, quæ radij ad tangentem complementi: per compendium usurpandi canonis secundum. Vnde hæc duo sequuntur.

1. Si dicendum sit

Vt D P ad P V.

eodem effectu dici posse:

Vt T O ad O D.

nec desiderari in tali casu tangentem P V.

2. Si omnino desideretur tangens P V uel O X, facile hanc uel illam reperiri posse. Nam

Vt T O ad O D. ita D P ad P V. &

Vt W P. (cui æqualis est R L.) ad P D. ita D O ad O X.

Tunc autem desideratur interdum tangens P V. uel O X. quando dimensio fit per duas stationes. In eo enim casu, si forte dicendum sit:

Vt V W ad W P. ita A D ad D C. uel:

Vt T X ad T O. ita A D ad D C. pro libitu.

Tangentem P V. uel O X. notam esse oportet: ut inde differentia tangentium primæ & secundæ stationis elici possit, siue illæ tangentes sint ipsorum angulorũ uisionis: ut wP. (hoc est, R L) & P V. siue complementorum, Vt O T & O X. Nam id perinde est. Quia

I. Triangula composita D X T O & B A D C. sunt æquiangula per 38. p. 1. Ergo:

Vt X T. ad T O. ita A D ad D C. per 46. & 47. pp. 1.

II. Triangula composita D V w P & D B Z C. sunt æquiangula per 38. p. 1. Ergo

Vt V w ad w P. ita B Z ad Z C. per 46. & 4. pp. 1.

Vt autem B Z ad Z C. ita A D ad A C. per 45. p. 1. quia nempe recta D Z. est parallela basi A B in Triangulo A B C.

Ergo deniq;:

Vt V w ad w P. ita A D ad A C.

Nam quæ conueniunt uni tertio, etiam inter se conueniunt.

FINIS.

Bartholo-

Bartholomæi Pitisci Grunbergensis

PROBLEMATVM GEOGRAPHICORVM

Liber unus.

PRÆFATIO.

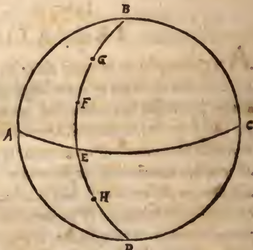
AD Geographiam pertinet doctrina de supputandis distantijs locorum: ex data ipsorum longitudine & latitudine. Est autem longitudo loci nihil aliud, quam distantia meridiani per illum locum transeuntis, à meridiano primo, qui statuitur in insulis fortunatis: & numeratur illa distantia in æquatore: ab occasu per meridiem uersus ortum. Latitudo loci, nihil est aliud quam distantia uerticis loci, ab æquatore uersus meridiem aut septentrionem: & numeratur in meridiano per loci propositi uerticem transeunte: ac semper conuenit cum eleuatione poli, supra horizontem illius loci. Cæterùm, supputantur quidem distantiæ locorum etiam per penult. primi Euclid. siue per 50. p. primi nostri. h e. per Triangula plana: at quia superficies terræ non est plana, sed rotunda: rectius supputantur per Triangula Sphærica. In quibus notandum: singulis gradibus circulorum maximorum, circa globum terræ ductorum respondere milliaria germanica 15. Quod uel inde patet: quia si 15. milliaribus propius ad Septentrionem accedas, polum septentrionalem uno gradu altius quàm antè, supra horizontem eleuatum esse deprehendes.

PROBLEMA PRIMVM.

Datis duobus locis ſola latitudine differentibus, eorum diſtantiam inuenire.

CASVS PRIMVS.

Si utriusq; loci latitudo ſit uerſus eundem polum: ut eſt locorum F & G.



REGVLA. Subtrahe latitudinem minorem EF à maiore EG. Differentiam FG. quæ poſt ſubtractionem reſtabit, conuerte in milliaria: & negocium confectum erit.

Schema LXXXV.

EXEMPLVM. Baſilea Rauracorum & Friburgum Briſgoiæ, longitudinem habent eandem nempe 27. gr. 45. m. & ſita ſunt uerſus eundem polum: nempe ſeptentrionalem. Sed latitudine differunt. Et Baſileæ quidem latitudo eſt 47°. 30'. uelut EF. Friburgi uerò latitudo eſt 48°. 13'. uelut EG.

Primum igitur ab	EG.	48°. 13'.
Subtraho	EF.	47. 40.
Et reſtat	FG.	o. gr. 33. m.

Deinde

Deinde dico:

1. gr. dat 15. milliaria, quid dant 33. m.
60. m.

15
165
33
495

60 (fit. $8\frac{1}{4}$. milliaria.

CASVS SECVNDVS.

Si alterius loci latitudo sit septentrionalis; alterius meridionalis: ut est locorum H & G.

REGVLA. Adde latitudinem utranq;: & summam in milliaria conuerte hoc modo.

EXEMPLVM. Bellogradum in Europa (Griechisch Weissenburg) & Caput bonæ spei in Africa, habent eandem longitudinem, nempe 48. gr. 30. m. Sed latitudinem, illud quidem septentrionalem, tanquam EG. 44°. 30′. Hoc uerò meridionalem tanquam EH. 35. 30.

Additis igitur EG. 44. 30.
& EH. 35. 30.

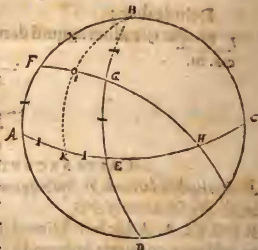
Dico 1. gr. dat 15. milliaria: quot milliaria dant 80. gr.
fit. 1200.

PROBLEMA SECVNDVM.

Datis duobus locis sola longitudine differentibus, eorum distantiam inuenire.

CASVS PRIMVS.

Si uterq; locus situs sit sub æquatore, Vt A & E.



REGVLA. Subtracta longitudine minore à maiore, differentiam conuerte in milliaria, & habebis distantiam quæsitam.

Schema LXXXVI. EXEMPLVM. Insula S. Thomæ in Africa, sub Æquatore sita, longitudinem habet 32. gr. 20. m. Insula Sumatra prope Indias orientales, sub eodem æquatore sita, longitudinem habet 131.

Igitur à 131. gradibus.
Subtraho --- 32. gr. 20. m.
Et restat differentia 98. gr. 40. m. Tum dico:
1. gr. dat 15. milliaria: quid dant 98. gr. 40. m.
℞. 1480. milliaria.

Tanta est distantia inter istas duas insulas: si utriusq; insulæ medium & quasi centrum spectes.

CASVS SECVNDVS.

Si uterq; locus situs sit extra Aequatorem.

REGVLA. Hic soluendum est Triangulum æquicrurum F B G. in quo crura æqualia F B & B G. sunt complementa latitudinum æqualium A F & E G. Angulus F B G. est differentia longitudinis. Qui angulus siue sit rectus siue obliquus, Triangulum F B G. facilimè soluitur, si dimisso à B in I perpendiculo B I. in duo Tri-

duo Triangula F B I & I B G. disloceтur. Quia enim duo illa. Triangula erunt æqualia: per 23. p. 1. ideo inuento arcu I G. in Triangulo I B G. etiam arcus F L in Triangulo F B I. inuentus erit.

Dico igitur per axioma tertium.

Vt B I G. rectus ad B G. complementum latitudinis:
ita I B G dimidia differentia longitudinis,
ad I G. dimidiam distantiam.

Vel.

Continuato perpendiculo B I, in K. ut sit quadrans B K. quia Triangulum I H K. angulos ad I & K habet rectos: ad I. per thesin, ad K. per 57. p. 1. ac proinde latera I H & K H sunt quadrantes: per 68. p. 1. Et deniq; arcus G H & E H arcuum I G & K E complementa per 9. p. 1. Ideo in Triangulo G E H. rectangulo ad E. per 57. p. 1. inquiro complementum tertij lateris G H. nempe arcum G I. per axioma quartum.

EXEMPLVM. Noriberga & Amberga propemodũ eandem latitudinem habent, nempe Noriberga 49. gr. 22. m. Amberga 49. gr. 24. m. Hoc est, uterq; locus habet latitudinem circiter 49. gr. 23. m. Longitudine autem differunt. Nam longitudo Noribergæ est 31. gr. 45. m. Ambergæ 32. gr. 30. m. Differentia longitudinis est o. gr. 45. m.

Sit ergo Noriberga F. Amberga G. ac proinde A F. uel E G. 49°. 23'. F B uel G B. 40. 37. F B G. siue A E. o. gr. 45. m. K E. o. gr. $22\frac{1}{2}$. m. E H. 89. gr. $37\frac{1}{2}$. min.

Per axioma tertium calculus talis erit.

Vt B I G.

Vt BIG. 90°. ad BG. 40°. 37′. ita IBG. 0°. 22′½.

100000 65099 654.

654

260396

325495

390594

ad 425 | 74746.
ſinum arcus |

At per axioma quartum calculus talis erit.

GE. 49. 23. idem. 49. 23.

EH. 89. 37½ Compl. 0. 22½.

139. 0½ 49. 45′½. Sinus 76333

Exc. 49. 0½. Sinus ——————— 75480

853

426.

Sinus arcus GI 0. gr. 14′. 40″. cuius duplum eſt arcus FG. 0. gr. 29′. 20″. cui arcui reſpondent milliaria 7⅓. Nam ut 60. min. ad 15. milliaria, ita 29⅓. min. ad 7⅓. mill.

Ergo Noriberga & Amberga inuicem diſtant 7⅓. milliaribus. Vulgo octo milliaria integra numerant.

PROBLEMA TERTIVM.

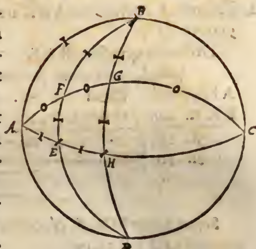
Datis duobus locis & longitudine & latitudine differentibus, eorum diſtantiam inuenire.

CASVS PRIMVS.

Si alter locus ſitus ſit ſub æquatore, alter extra Aequatorem, ut AG uel AF uel FC.

REGVLA

REGVLA PRIMA. Si differentia lõgitudinis ſit quadranti æqualis: ut eſt locorum A & G. diſtantia A G eſt quadrans. A enim eſt polus circuli maximi B G D. per 56. p. 1. Ergo omnes arcus inde ad B G D. ducti ſunt quadrantes, per eandem.



Schema LXXXVII

EXEMPLVM. Inſula Sumatra longitudinem habet 131. gr. latitudinem nullam.

Buda, metropolis Hungariæ, longitudinem habet 41. gr. lat. 47. gr.

Differentia longitudinis eſt 90. gr. ſubtractis enim 41. de 131. remanent 90.

Ergo diſtant inter ſeſe 90. gradibus, hoc eſt, milliaribus germanicis 1350. Nam ut 1. -- ad 15. -- ita 90. ad 1350.

REGVLA SECVNDA. Si differentia longitudinis ſit quadrante minor: ut eſt locorum A & F. Soluendum eſt Triangulum A E F. per axioma quartum: uel illi adiacens F B G. per primum aut tertium.

EXEMPLVM. Inſula S. Thomæ longitudinem habet 32. 20′: latitudinem nullam: tanquam ſi ad A ſit ſita. Amſterodamum in Hollandia longitudinem habet 26. gr. 30. m. latitudinem 52. gr. 40. m. tanquam F.

II Differntia

Differentia longitudinis A B F. uel per 58. p. 1. A E. est 5. gr. 50. m.

Distantia quæsita est A F.

Calculus per axioma quartum talis erit.

A E. 5. 50′.	Idem 5. 50′.		
E F. 52. 40.	Compl. 37. 20.		
58. 30.	43. 10.		68412
31. 30.			52250
			120662
			60331.

Sinus arcus F G. 35. 41′. cuius complementum est A F. 54. 19.

Per axioma primum calculus talis erit.

Vt B E. 90. gr. ad E H. 84. 10. ita B F. 37. 20. ad F G.

100000	99482	60645
	60645	
	497410	
	397928	
	596892	
	596892	
	60330 | 85890.	

Sinus arcus

F G. 35. gr. 41. m. cuius compl. est A F. 54. gr. 19. m. cui respondent milliaria germanica 814¾. Nam Vt 1. gr. ad 15. mill. ita 54. gr. 19. m.

15

270

54 | ¾

ad 814¾. milliaria.

NB. 4¾. est quarta pars ex 19. sicut 15. est quarta pars é 60.

Per

Per axioma tertium calculus est idem, qui per axioma primũ.
Nam proportio:
Vt B G F ad B F. ita G B F ad G F.
Prorsus eosdem numeros gignit, quos proportio:
Vt B E ad E H. ita B F ad F G.
nisi quod duo termini intermedij sunt transpositi; quæ transpositio in calculo nihil mutat. per 42. p. 1.

REGVLA TERTIA. Si differentia longitudinis sit quadrante maior: ut est locorum F & C. Soluendũ uenit Triangulum F C E rectangulum ad E. sed Triangulum illud latera F C & E C. habet quadrantibus maiora. Ergo pro eo soluas Triangulum A E F Triangulo F E C. adiacens, & negocium confectum erit. Nam per solutionẽ Trianguli AEF. reperies arcum F G. quo addito ad quadrantẽ GC. conflabitur arcus FC. quæsitus.

EXEMPLVM. Heidelbergæ longitudo est 30. gr. 45. m. latitudo 49°. 35′. tanquam quæ sita sit ad F. Sumatræ longitudo est 131. gr. latitudo nulla, tanquam quæ iam sita sit ad C.

Differentia longitudinis est 100°. 15′. E C. eiusque complementum A E. 79. gr. 45. m.

Calculus per axioma quartum talis erit.

E F.	49.	35.	49.	35.	
A E.	79.	45.	10.	15.	
	129.	20.	59.	50.	86456
Exc.	39.	20.			63383
					23073
					11536

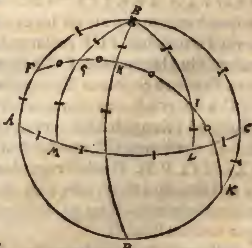
Sinus arcus F G. 6. gr. 37½. m. quo addito ad F C. 90. efficitur arcus 96. gr. 37½. m. cui arcui respondent milliaria germanica 1449$\frac{5}{8}$.

CASVS SECVNDVS.

Si uterq; locus situs sit extra Aequatorem: Vt F H uel F G. uel F I uel I K, &c.

REGVLA PRIMA. Si uterq; locus situs sit uersus eundem polũ: semper datur Triangulum congruens ad axioma quartum, siue angulus ad B sit rectus siue obliquus. Vt si loca data sint F, G. datur soluendum Triangulum F B G. cum acuto ad B. Si loca data sint F, H. datur soluendum Triangulũ FBH. cum recto ad H. Si loca data sint F, I. datur soluendum Triangulum F B I. cum obtuso ad I.

Schema 88.



EXEMPLVM PRIMVM, congruens ad formã Trianguli FBG. acut anguli ad B.

Grünberga prima patria mea longitudinẽ habet 38. gr. 10. m. latitudinem 52. gr. 2. m.

Heidelberga, altera patria mea longitudinem habet 30. gr. 45. m. Latitudinem 49. gr. 35. m.

Sit ergo F. Heidelberga, G. Grünberga.

Differentia longitudinis B G. est 7. 25. distantia quaesita F G.

Complementum latitudinis minoris A F. 49. gr. 35. m. est F B. 40. gr. 25. m.

Complementum latitudinis maioris L G. 52. gr. 2. m. est B G. 37. gr. 58. m.

Calculus igitur talis erit.

BG. 37. 58. ---- 37. 58.
FB. 40. 25. ---- 49. 35.

78. 23. 87. 33. ---- 99909
11. 37. ---------------- 20136

FBG. 7. 25 | 100000 - 79773
81 35 | 99163 39886.

837.

Vt 100000. ad 39886. ita 837.

837

279202
119658

319088

ad --- 333 | 84582.
quo detracto |
de 99909. relinquitur 99576. ſinus arcus GH. 84. gr. 44. m. cuius compl. eſt 5. gr. 16. m. arcus FG. quæſitus. Cui arcui FG. 5. gr. 16. m. reſpondent milliaria germanica 79.

EXEMPLVM SECVNDVM, congruens ad formam Trianguli FBH. rectanguli ad B.

Spiræ longitudo eſt 28. gr. 45. m. latitudo 49. gr. 20. m.
Daroacanæ ciuitatis Paropaniſi, regionis Aſiæ, longitudo eſt 118. gr. 45. m. latitudo 34. gr. 45. m.
Differentia longitudinis 90. gr.
Diſtantia quæſita FH.
Complementum latitudinis minoris AF. 34. gr. 45. m. eſt FB. 55. 15. m.
Complementum longitudinis maioris EH. 49. gr. 20. m. eſt HB. 40. gr. 40. m.

Calculus igitur talis erit.

HB. 40°. 40'. ------ 40°. 40'.
FB. 55. 15. ------ 34. 45.

95. 55. ------ 75. 25. ------ 96778
5. 55. ------ 10308.

86470

43235. Sinus

arcus 25. gr. 38. m. cuius compl. est arcus FH. 64. gr. 22. m. cui respondent milliaria germanica 965½.

EXEMPLVM TERTIVM, congruens ad formā Trianguli FBI. obtusanguli ad I.

Heidelbergæ longitudo est 30. gr. 45. m. lat. 49. 35.

Carticardamnæ, in India, ubi S. Thomas Apostolus sepultus esse dicitur, longitudo est 136. gr. 50. m. latitudo 12. gr. 40. m.

Differentia longitudinis est 106. gr. 5. m. tanquam angulus FBI. obtusus.

Distantia quæsita est EI.

Complementum latitudinis minoris AF. 12°. 40. m. est FB. 77°. 20'.

Complementum latitudinis maioris IL. 49. gr. 35. m. est IB. 40. gr. 25. m.

Calculus igitur talis erit.

IB. 40. 25. ------ 40. 25.
FB. 77. 20. ------ 12. 40.

118. 45. 62. 5. ------ 89167
27. 45. ------ 46561

135728.

67864.

FBI. 136.

FBI. 136. 50. | 100000
46. 50. — 72937
172937. Sinus uersus.
67864. Medietas rectæ.
691748
1037622
1383496
1210559
1037622
11736 1|96568
89167 |
28194. Sinus arcus 16. gr. 22. m. qui additus ad quadrantem 90. gr. constituit arcũ quæsitum FI. 106. gr. 22. m. Cui arcui respondent milliaria germanica 1595½.

REGVLA SECVNDA. Si alter locus situs sit uersus polum septentrionalem: alter, uersus polum meridionalem: ut G & K. Item H & K, Item I & K. semper datur Triangulum eiusmodi, cuius alterum latus circa angulum datum sit quadrante maius: ut BK. Ergo pro illo latere BK. sumendum est eius complementũ ad semicirculũ BF. hoc est, pro Triangulo GBK. soluendum est Triangulum GBF. pro Triangulo HBK. soluendum est Triangulum HBF. Pro Triangulo IBK. soluendum est Triangulum IBF. Omnia per axioma (quartum.

EXEMPLVM VNICVM.

Heidelbergæ longitudo est 30. gr. 45. m. latitudo Septentrionalis 49. gr. 35. m.

Iauæ maioris, si spectes punctum eius mediũ, longitudo est 141. gr. 40. m. latitudo 10. gr. Diffe-

Differentia longitudinis, est *110.* gr. *55.* m. tanquã angulus G B K. obtusus: cuius compl. est *60.* gr. 5. m. angulus F B G. acutus. Distantia quæsita G K.
Complementum latitudinis Septentrionalis L G. 49. gr. *35.* m. est B G. *40.* gr. *25.* m.
Complementum latitudinis meridionalis K C. *10.* gr. est K D. cui respondet B F. 80. gr. Nam ut K D est complementum arcus K B. in semicirculo DKB. ita B F est complementum arcus K B in semicirculo K B F.

Igitur in Triangulo F B G. calculus talis erit.

B G. *40. 25.* —— *40. 25.*

B F. *80. 0.* *10. 0.*

120 25 *50. 25* ——— *77010*

30 25 ——————— *50628*

F B G. *69. 5* | *100000* *127638*

20. 55 | *35701.* *63819*

Sinus uersus *64299.* *64299*

574371

574371

127638

255276

382914

41034 | *97881.*

77010 |

35976. Sinus arcus *21.* gr. 5. m. qui additus ad quadrantem 90. gr. constituit arcum G K. quæsitum *111.* gr. *5.* m. cui arcui respondent milliaria germanica. *1666¼.*

FINIS.

Bartholo-

Bartholomæi Pitiſci Grunbergenſis PROBLEMATVM GNOMONICORVM Liber unus.

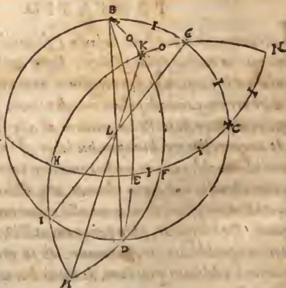
PRÆFATIO.

IN Gnomonicis præſtant Solaria: & in his Scioterica communia: in quibus ſtylus eſt axis: lineæ uerò horariæ ſunt circulorum horariorum, per uiceſimas quartas partes Aequatoris, et utrumq; mundi polum incedentium, ſectiones communes cum plano dato. Et hæ quidem ab axe facilè deducuntur. At axem collocare; hoc opus, hic labor eſt: præſertim in planis meridiano obliquis: in quibus omnibus tam meridiana plani, quam eleuatio poli ſupra planum, atq; adeo eleuatis axis ſupra meridianam plani, & in nonnullis etiam meridiana loci ignoratur. De his igitur, ſcitu perquam utilibus & iucundis, tria hoc loco problemata proponemus: & in gratiam ſtudioſæ iuuentutis addemus quartum, de lineis horarijs in quouis plano ducendis.

PROBLEMA PRIMVM.

Dato plano, & ad meridianum & ad uerticalem primarium obliquo, ſed ad horizontem recto, hoc eſt, dato plano ſimpliciter declinato, meridianam plani & eleuationem poli ſupra planum inuenire.

Meridianam plani uoco communem sectionem meridiani proprij cum plano dato. Nam unumquodq; planum, ut horizontem, ita meridianum habet proprium, qui est circulus per polos mundi & plani ductus, atq; idcirco tam plano quam Aequatori normalis. In quo circulo numeratur eleuatio poli supra planum: quæ nihil aliud est, quam arcus meridiani proprij, inter horizontem plani, hoc est, inter circulum maximũ, cui planum æquidistat, & polum proximum interceptus.



Schema LXXXIX.

Sit ergo meridianus loci A B C D. Horizon A E C. uerticalis primarius B E D. punctum orientale E. planum uerticale BKD horizonti rectum ad F. at à uerticali primario declinatum angulo E B F. siue arcu E F. cuius complementum est angulus F B C. siue arcus F C. Et sint poli mundi G & I. polus plani H, adeoq; meridianus plani G H I. plano rectus ad K. centrum mundi L. communis sectio meridiani loci cum plano dato atq; adeo meridiana loci B L D. communis sectio meridiani proprij cum plano dato atq; adeo meridiana plani K L M. Quærantur autem

autem 1. eleuatio poli G. ſupra faciem plani ſeptentrionalem ſiue ſupra punctum K. hoc eſt, arcus G K, cui ex oppoſito reſpondet arcus M I. eleuatio poli antarctici I ſupra faciem plani meridionalem; nempe ſupra punctum M. 2. diſtantia meridianæ plani K L M. à meridiana loci B L D. hoc eſt, angulus B L K uel MLD. angulus, quem metitur arcus B K uel M D.

Factis quadrantibus K N & F N. quia in Triangulo G C N. data ſunt duo latera rectum includentia: nempe G C. eleuatio poli, & C N. declinatio plani. (Nam C N & E F æquantur, per ſtructuram.) Ideo primum ſoluo Triangulum G C N. per ax. 4. Deinde reperto arcu G K in Triangulo B G K. dico:

Vt C F. tang. ad F B. rad. ita G K. tang. ad K B. ſin. per ax. 2.

Vel.

Vt Radius ad tangentem complementi C F. ita G K. tang. ad K B. ſinum. per compendium 2.

EXEMPLVM. Sit planum meridionale (hoc eſt, meridiei obuerſum) ſed declinatum dextrum, (hoc eſt, uerſus orientem) 30. gr. Et ſit eleuatio poli 49. gr. 35. m. Quærantur autem & diſtantia meridianæ plani à meridiana loci, & eleuatio poli ſupra planum: ſiue quod idem eſt, eleuatio axis, ſupra meridianam plani.

I. Primum ſoluo Triangulum G C N per axioma quartum, hoc modo:

CN. 30. 0. —— 30. 0.
GC. 49. 35. —— 40. 25.

79. 35. 70. 25. —— 94215
10. 25. ——————— 18080

112295.

56147. Sinus

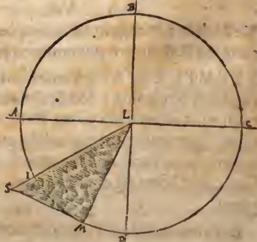
arcus GK. 34. gr. $9\frac{1}{2}$.m. quæ eſt eleuatio poli arctici ſupra faciem plani ſeptentrionalem, cui ex oppoſito æquatur arcus MI. eleuatio poli antarctici ſupra faciem plani meridionalem.

II. Deinde in Triangulo BKG. dico: per ax. 2.

Vt CF. tāg. 60. gr. ad FB. rad. ita GK. tāg. 34. gr. $9\frac{1}{2}$. m.
100000 57735 67850.
ad 39173. ſinum arcus BK. uel DM. diſtantiæ meridianæ plani à meridiana loci, 23. gr. 4. m.

Ergo in tali plano, ſi horizon loci ſit AC. meridiana loci LD. deſcripto horizonte plani ABCD. (in praxi ſufficit quadrans AD.) & numeratis à D in M. 23. gradibus, 4. minutis, & ab M. in I. 34. gr. $9\frac{1}{2}$. m. meridiana plani (quam uulgo uocant ſubſtylarem) erit LM. Eleuatio poli antarctici MI (quaſi iam arcus MI eſſet meridianus proprius ſupra punctū M. per-

Schema XC.

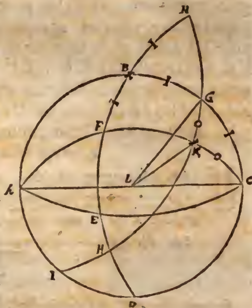


M. perpendiculariter erectus.) adeoq; axis L I. extollendus supra meridianam plani L M. angulo M L I.

PROBLEMA SECVNDVM.

Dato plano & ad meridianum & ad horizontem obliquo; sed ad uerticalem primarium recto: hoc est, dato plano simpliciter inclinato: (qualia plana sunt, quæ ab ortu uersus occasum, aut contra, ab occasu uersus ortum inclinantur) meridianam plani, & eleuationem poli supra planum inuenire.

Sit meridianus loci A B C D. Horizon A E C. uerticalis primarius B E D. punctum occidentale, sed ab oriente spectatum E. planum orienti obuersum, A F C. sed à pũcto uerticali B. uersus punctum occidentale E. inclinatum arcu B F. angulis ad F. rectis. Et sint poli mundi G & I. polus plani H. adeoque meridianus plani G H I. & per cõsequens, eleuatio poli arctici supra planum arcus K G. & distantia meridianæ plani L K. à meridiana



Schema XCI.

Kk iij. loci

loci L C. arcus K C. Qui duo arcus quærantur. Continuatis lateribus F B & K G. & factis quadrantibus F N & K N. quia in Triangulo BNG. nota sunt duo latera includentia rectum ad B. nempe B N. complementum inclinationis & B G. complementum eleuationis poli. Primum soluo Triangulum B N G. per ax. 4. Deinde, reperto per ax. 4. arcu G K. Dico per ax. 2. Vt B F. tang. ad F C. rad. ita G K. tang. ad K C. sinum.

Vel per compendium. 2.

Vt rad. ad tang. complementi B F. ita G K. tang. ad K C.

EXEMPLVM. Sit planum orientale inclinatum 30. gr. adeoque arcus B F. sit 30. gr. B N. 60. gr. Eleuatio poli G C. 49. gr. 35. m. complementum eleuationis poli G B. 40. gr. 25. m. Quærantur autem arcus G K. & K C. siue anguli G L K & K L C. hoc est, ut uulgo loquuntur: quærantur, distantia styli G L. à substylari K L. & huius à meridiana loci C L.

Primum soluo Triangulum B N G. per ax. 4. hoc modo.

B G. 40. 25.	—— 49. 35.		
B N. 60. 0.	—— 30. 0.		
100. 25.		79. 35. ——	98352
10. 25.		——————	18080.
			80272.
			40136.

sinus arcus G K. distantiæ styli à substylari, 23. gr. 40. m.

Deinde

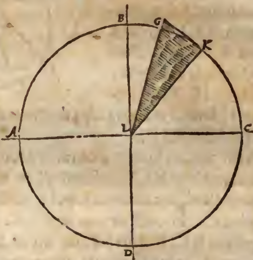
Deinde in Triangulo G K C. dico: per ax. 2. uel per compend. 2.

Vt B F. tang. 30. gr. ad F C. ita G K. tang. 23°. 40′.

per ax. 2. 57735. 100000 43827.

per cõp. 2. 100000 173205.

ad 75910. sinum arcus K C. distantiæ substylaris siue meridianæ plani à meridiana loci 49. gr. 23. m.



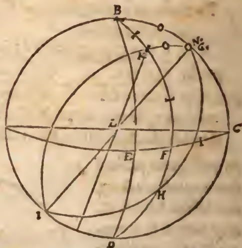
In tali igitur plano si horizontalis, eademq; meridiana loci sit AC. uerticalis B D. numeratis in quadrante horizontis plani B C. gradibus 49°. 23′. à C in K. meridiana plani siue substylaris erit L K. & inde à K in G. numeratis 23. gr. 40. m. eleuatio poli borealis supra planum erit G K. adeoq; axis erit L G. extollendus supra meridinanum plani angulo K L G.

Schema XCII.

PROBLEMA TERTIVM.

Dato plano & ad meridianum, & ad horizontem, & ad uerticalem primarium obliquo, hoc est, dato plano inclinato declinato, meridianum tam loci quam plani, & eleuationem poli supra planum inuenire.

Sit me-



Schema XCIII. Sit meridianus loci ABCD. Horizon AEC. uerticalis primarius BED. punctumOrientale E. uerticalis declinatus BKD. & sub eo planum inclinatum NKI. angulis ad K. rectis. Poli mundi G & I. polus plani H. Meridianus plani GHI. angulus declinationis EBF. arcus inclinationis BK.

Ante omnia autem quæratur arcus KN. distantia meridiana loci NL. à uerticali plani KL. per ax. 2. Deinde arcus BN. per axioma 3. uel 4. posthæc angulus BNK. per ax. 3. hoc est, ut uno uerbo dicam, soluatur Triangulum BKN. Quo soluto, arcus BN uel repertus est æqualis complemento eleuationis poli BG. uel minor, uel maior.

CASVS PRIMVS.

Si arcus BN. repertus fuerit æqualis complemento eleuationis poli BG. indicio est, planum sub meridiano obliquè usq; ad polum inclinatum esse. In quo casu meridiana loci, & plani, itemq; axis, in eandem lineam GL concurrunt: si planum in ipso circulo maximo KN. consistere fingatur. At si planum non in ipso circulo maximo KN. sed in aliquo ipsius parallelo consistere

consistere fingatur, & axis à plano nonnihil abducatur, (ut necessariò fit, si sciotericum absoluere libeat) meridianæ loci & plani sunt duæ lineæ inter sese parallelæ: & seiungantur mutuo secundum differentiam longitudinis loci & plani: quæ differentia est penes angulum H G C. qui est complementum anguli BNK. nuper inuenti: quia angulus KGH est rectus per 57. p. 1. quippe cum meridianus plani per polos plani incedat. Tres autem ad G. uel N. concurrentes sunt æquales duobus rectis per 20. p. 1.

EXEMPLVM. Sit planum meridionale declinatũ dextrum 29. gr. 59. m. inclinatum uersus polum arcticum 23. gr. 3. m. Eleuatio poli 49. gr. 35. m. Quærantur autem in eo meridiana loci & plani, atque eleuatio poli siue axis supra planum. Calculus talis erit:

I. Vt B F. rad. ad F C. 60. gr. 1. m. ita B K. 23. gr. 3'.
100000. Tang. 173360. 39152.
ad 67874. tangentem arcus K N. distantiæ meridianæ loci à uerticali plani 34. gr. 10. m. per ax. 2.

II. B K. 23. 3. ---------- 23. 3.
K N. 34. 10. ---------- 55. 50.
57. 13. 78. 53. ---------- 98123.
32. 47. ---------------------- 54146.
152269.
76134.

Sinus arcus N C. 49. gr. 35. m. cuius compl. est arcus B N. 40. gr. 25. m. per ax. 4.

LI III. Vt

III. Vt BN. 40. gr. 52. m. ad BKN. 90. gr. ita BK. 23°. 3'.

per ax. 3.	64834.	100000.	39122.
per cōp. 1.	100000.	154239.	

ad 60388. ſinum anguli BNK. 37. gr. 9. m. cuius compl. eſt angulus HNC. ſiue HGC. 52. gr. 51. m. differentia longitudinis plani à longitudine loci, ſiue diſtantia meridianorum loci & plani, per ax. 3. & compendium 1.

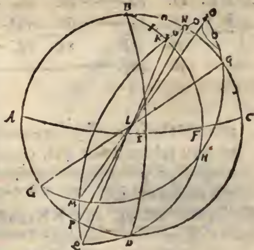
Sit ergo horizon loci L C. uerticalis plani K L. Horizon plani, circulus K N C. In quo numerentur à K uerſus C. 34. gr. 10. m. & per terminum numerationis N. traijciatur recta L N F. quæ eſſet meridiana & plani & loci, ſi centrum Scioterici L uel F. pro centro mundi & recta L N F pro axe haberetur. At, quia in perfectione Scioterici axis I G. cum centro mundi E. non in recta L N F relinquitur, ſed ſupra eam fulcris pro libitu, ſed tamen æquèaltis E I & O G. extollitur: atque adeo planũ ab axe mundi nonnihil abducitur: ideo linea L N F. jam non ſimul eſt meridiana loci; ſed tantũ meridiana plani: ſiue, ut uulgo loquũtur, ſubſtylaris.

Schema XCIV.

laris. Meridianam autem loci sic inuenies. Ad normam meridianæ plani, ductâ communi sectione Aequatoris cum plano (uulgò lineam contingentiæ uocant.) FH centrum mundi EF ab axe I G reponatur in meridianam plani LN F. Deinde centro E. consistente in linea L N E. describatur circulus Aequatoris F K. & in eo uersus orientem (quia horizon plani est horizonte loci orientalior, adeoq; citius à sole irradiatur meridiana plani quam loci) numeretur differentia longitudinis loci & plani 52. gr. 51. m. & per terminum numerationis K. ducatur recta, tanquam radius quispiam Aequatoris E K H. quæ ubi attigerit communem sectionem Aequatoris cum plano, nempe rectam F H. per id punctum agatur normaliter meridiana loci C H.

CASVS SECVNDVS.

Si uerò arcus B N repertus fuerit minor complemento eleuationis poli, indicio est, planum citra polum arcticum consistere, adeoque supra tale planum non polum arcticũ G: sed polum antarcticum I. extolli debere, angulo tanto, quantus est I L M.



Schema XCV.

cuius mensura est arcus I M. cui ex opposito æquatur arcus G O. Quem unà cũ arcu N O. porro sic inuenies.

IV. Vt N O G. rectus ad N G. differentiam inter B N. & B G. ita O N G. angulus antea repertus, ad O G. per ax. 3.

V. Vt tangens O N G. ad rad. ita tangens O G. ad sinũ O N. per ax. 2.

EXEMPLVM. Sit planum meridionale declinatum dextrum 34. gr. 30. m. inclinatum uersus polum arcticum 16. gr. 10 m. Et eleuatio poli rursum sit 49. gr. 35. m. Quærantur autem meridiana loci & plani, unà cũ eleuatione poli supra planum. Calculus talis erit:

I. Vt BF. rad. ad FC. cõpl. decl. 55°. 30′. ita BK. incl. 16°. 10′

100000 Tang. 145501 Sin. 27843.

ad 40511. tangentem KN. 22. gr. $3\frac{1}{3}$. m. distantiam meridianæ loci à uerticali plani per ax. 2.

II. BK.	16.	10	16.	10.	
KN.	22.	$3\frac{1}{3}$	67.	$56\frac{2}{3}$.	
	38.	$13\frac{1}{3}$.	84.	$6\frac{2}{3}$.	99472
	51.	$46\frac{2}{3}$.			78561
					178033
					89016. Sinus

arcus N C. 62. gr. $53\frac{1}{2}$. cuius compl. est B N. 27. gr. $6\frac{1}{3}$. m. quo subtracto de B G. complemento eleuationis poli 40. gr. 25. m. relinquitur arcus N G. 13. gr. $18\frac{2}{3}$. m. per ax. 4.

III. Vt B N. 27°. $6\frac{1}{3}$. ad B K N. rad. ita B K. 16°. 10′

45563 100000 27843.

100000 219476

ad 61108. sinum anguli B N K uel O N G. 37. gr. 40. m. per ax. 3. & per comp. 1.

IV. Vt

IV. Vt NOG. rectus. ad NG. 13. gr. 18$\frac{2}{3}$. m. ita GNO. 37°. 40′.

100000 23024 6110 8.

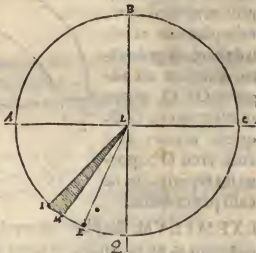
ad 14069. ſinum arcus OG. diſtantiæ axis GL. à meridiana plani OL. 8. gr. 5$\frac{1}{7}$. m. per ax. 3.

V. Vt tangens GNO. 37°. 40′. ad rad. ita tang. GO. 8°. 5′$\frac{1}{7}$.

77196 100000 14212.

200000 129540 ad 18410. ſinum arcus NO. diſtantiæ meridianæ plani OL à meridiana loci NL. 30 gr. 36$\frac{1}{2}$. m. per ax. 2. & per comp. 2.

Calculo abſoluto ducantur 1. horizon loci AC. 2. uerticalis plani BQ. 3. Horizon plani ABCQ. 4. In cuius quadrante AQ. (nẽpe juxta polum antarcticum, qui ſolus ſupra tale planum extat (primum numeretur diſtantia meridianæ loci à uerticali plani 22. gr. 3. m. &



Schema XCVI.

per terminum numerationis P. ducatur meridiana plani LP. Deinde à puncto P numeretur diſtantia meridianæ plani à meridiana loci, 10. gr. 36$\frac{1}{2}$. m. & per terminum numerationis M. ducatur meridiana plani L M. Deniq; à puncto M. in quamcunq; partem numeretur eleuatio poli propria ſiue diſtantia axis à meridiana plani 8. gr. 5$\frac{1}{7}$. m. & per terminum

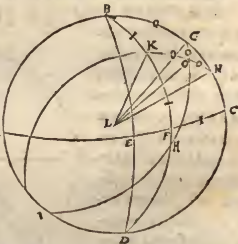
 numera-

numerationis M. ducatur meridiana plani L M. Deniq; à puncto M. in quãcunq; partem numeretur eleuatio poli propria siue distantia axis à meridiana plani 8. gr. 5½. m. & per terminum numerationis I. agatur axis L I. extollendus supra meridianam plani L M. angulo M L I.

CASVS TERTIVS.

Si deniq; arcus BN. repertus fuerit maior complemento eleuationis poli B G. indicio est, planum ultra polum arcticum inclinatum esse: adeoq; polum arcticũ supra tale planum extolli debere, angulo tãto, quantus est angulus G L O. quem metitur arcus G O. quem arcum unà cum arcu O N porrò ita reperies, ut in casu præcedente.

Schema XCVII.



EXEMPLVM. Sit planum meridionale declinatum dextrum 35. gr. 54. m. inclinatum uersus polum arcticum 75. gr. 43. m. Et sit rursum eleuatio poli 49. gr. 35. m. Quærantnr autem meridiana loci & plani, unà cũ eleuatione poli supra planum. Calculus talis erit.

I. Vt BF. rad. ad FC. 54.. 6′. ita BK. 75°.. 43′.
100000. tang. 138144. Sinus 96909.
ad 133874. tangentem arcus K N. distantiæ meridianæ loci à uerticali plani 53. gr. 14½. m. per ax. 2.

II. KN.

II. KN. 53°. 14'½. ——53°. 14½.
BK. 75. 43.——14. 17.

128. 57½. 67. 31½.—— 92404.
38. 57½. ———— 62875.

29529.
14764.

Sinus arcus NC. 8. gr. 29½. m. cuius complementū est BN. 81. gr. 30½. m. Vnde si subtrahas BG. 40. gr. 25. m. restabit arcus GN. 41. gr. 5½. m. per ax. 4.

III. Vt BN. 81. gr. 30½. ad BKN. 90°. ita BK. 75°. 43'.
98903. 100000. 96909.
100000. 101108.

ad 97982. sinum anguli BNK. siue ONG. 78. gr. 16. m. per ax. 3. & per comp. 1.

IV. Vt NOG. rectus ad NG. 41. gr. 5½. m. ita ONG. 78°. 16.
100000. 65726. 97982.

ad 64399. sinum arcus OG. distantiam axis à meridiana plani 40. gr. 5⅓. m. per ax. 3.

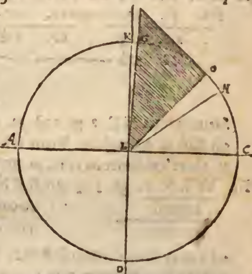
V. Vt tang. GNO. 78. gr. 16'. ad rad. ita tang. GO. 40°. 5'½.
481470. 100000. 84182.
100000. 20769.

ad 17483. sinum arcus ON. distantiæ meridianæ plani à meridiana loci 10. gr. 4. m. per ax. & comp. 2.

Calculo absoluto: sit horizon loci AC. uerticalis plani KD. horizon plani AKCD. In quo primum numeretur à puncto uerticali

uerticali K. uersus C. distantia meridianæ loci à uerticali plani 53°. 14' ½. & per terminum numerationis N, ducatur meridiana loci L N. Deinde à meridiana loci nēpe à puncto N, retrò numeretur distantia meridianæ plani 10. gr. 4. m. & per terminum numerationis O ducatur meridiana plani L O. A qua deinceps numeretur eleuatio poli propria siue distantia axis, à meridiana plani 40. gr. 5½. m. & per terminum numerationis G. ducatur axis L G. extollendus supra meridianam plani L O. angulo G L O.

Schema XCVIII.



PROBLEMA QVARTVM.

Lineas horarias in quouis plano ducere.

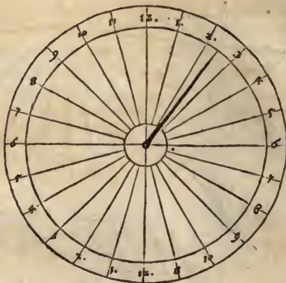
Axis est plano aduersus uel parallelus.

Si axis sit plano aduersus; lineæ horariæ omnes ad radicem axis siue ad centrum Scioterici concurrunt. Cum enim plana circulorum horariorum omnia ad axem concurrant: etiam sectiones illorum planorum, à plano Scioterici factas, ad axem concurrere necesse est.

Axis autem plano aduersus, est eidem rectus uel obliquus. Si axis sit plano rectus, ut est in plano ad Aequatorē parallelo, lineæ

lineæ horariæ omnes æqualibus inuicem angulis ad radicem axis concurrunt.

Descripto igitur in tali plano circulo æquatoris, & eodem in 24. partes diuiso, ac diuisionibus ad cētrum Sciotericι ductis, lineæ horariæ ductæ erunt: ut factum uides in adiuncta figura.

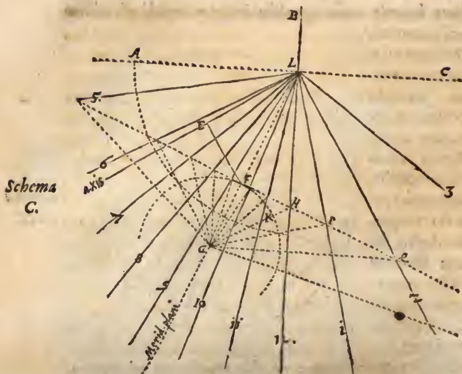


Schema XCIX.

Si axis sit plano obliquus: ut est in quouis plano ad Aequatorem obliquo: lineæ horariæ pleræq; inæqualibus ad axem angulis concurrunt. Reperiuntur autem facilimè hoc modo:

A puncto quolibet axis tanquam à centro mundi uerbi gratia, in meridionali declinato dextro 30. gr. à pūcto axis E. ducatur recta normalis tanquam radius quispiam Aequatoris E F. quæ recta ubi in meridianā plani inciderit (siue ea sit eadem cum meridiana loci siue non) ibi per meridianam plani traijciatur alia recta normalis F Q. quæ erit communis sectio æquatoris cum plano. Deinde radius Æquatoris F E. reponatur in meridianam plani, ut sit F G. Atq; ex G. tanquā

 ex cen-

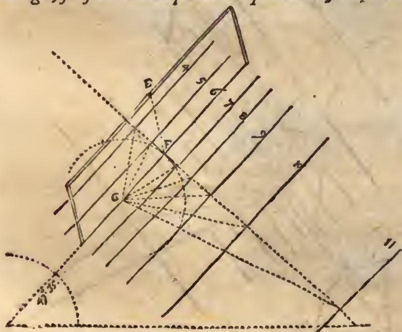


Schema C.

ex centro mundi diſcribatur circulus Æquatoris quãtuslibet FK. Ac rurſus ducatur alius radius Æquatoris è centro G. ad interſectionem lineæ æquatoris cum meridiana loci ſiue cum linea horæ duodecimæ. Qui radius ubi ſecuerit circulum Æquatoris (hîc autem ſecat in puncto K.) inde initio facto ſemicirculus Æquatoris, communi ſectioni Æquatoris & plani oppoſitus diuidatur in partes æquales 12. ac per ſingulas diuiſiones è centro G. ducantur rectæ deletiles, quales ſunt GP, G Q, &c. quæ ubi communem ſectionem Æquatoris & plani attigerint, ibi lineæ horariæ diuiſionibus

nibus illis respondentes necessariò transibunt. Et sic singularum horariarum ducendarum duo puncta habebuntur, unum in centro Scioterici L. ubi omnes concurrunt: alterum in comuni sectione Æquatoris & plani, siue in linea F Q: per quam omnes transeunt. Per quæ duo puncta si ducantur rectæ L Q, L P, &c. lineæ horariæ ductæ erunt.

¶ *Si axis sit plano parallelus, ut est in plano quouis ad Aequatorem recto: (qualia plana nobis sunt è uerticalibus orientalia & occidentalia, & ex inclinatis ea quæ usq; ad polum inclinantur: lineæ horariæ nusquam in plano concurrunt: quia totus earum concursus est ad axem: qui tale planum nusquam attingit) sed sunt inuicem parallelæ: quia omnes sunt ad axē*

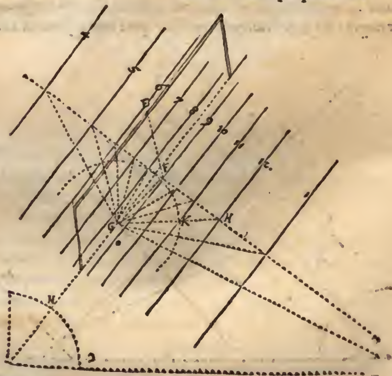


Schema CI.

parallela: propter axem plano parallelum.
Reperiuntur autem eodem ferè modo, quo illa quæ ad axem concurrunt: nempe linea Aequatoris per circulum Aequatoris in suas horas diuisa. Tantum hoc interest, quod ibi per duo puncta obliquè: hic per unicum punctum rectè ducuntur.

EXEMPLVM primum est uerticale orientale, in quo diuisio circuli Æquatoris incipit ab horaria sexta: quæ eadem in tali plano ut etiam in plano occidentali est meridiana plani. Nam meridiana loci in huiusmodi plana non incidit: quippe cum huiusmodi plana à meridiano loci non secentur, sed sint ipsi parallela.

Schema CII.



Exemplum

EXEMPLVM alterum esto meridionale declinatum dextrum 29. gr. 59. m. sub uerticali suo rectè inclinatum 23. gr. 3. m. at sub meridiano obliquè inclinatum 40. gr. 25. m. hoc est, usque ad polum. In quo diuisio circuli Æquatoris prorsus ut in obliquistylaribus incipit à puncto K. Cætera fiunt ut in planis Orientalibus & occidentalibus.

FINIS.

Bartholomæi Pitiſci Grunbergenſis

PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM LIBRI SEX.

PRÆFATIO.

Aſtronomiæ partes (meo quidem iudicio) ſunt duæ: una de motu ſtellarum omnium communi. altera de motu tam fixarum, quàm erraticarum proprio. Motus ſtellarum omnium communis rurſum eſt duplex: unus reuolutionis, alter trepidationis. Motus reuolutionis ſtellarum omnium communis, eſt motus circularis perfectus & æqualis, circa axem mundi & ſuper polis mundi, non in nona uel decima aliqua Sphæra, ſed in ſolo Dei iuſſu fixis: ab ortu in occaſum tendens, & periodo ſua definiens tempus, quod Græci νυχθήμερον q. d. noctidiurnum, latini diem ciuilem uocant. Motus trepidationis ſtellarum omnium communis eſt motus circularis imperfectus & inæqualis, circa axem coluri Solſtitiorum: quo tota cælorum machina, tanquam axi zodiaci affixa, modo ad axem mundi accedit propius, modo ab eo recedit longius, & ita obliquitatem Zodiaci & Aequatoris, modo maiorem facit, modo minorem: hinc inde à medio digrediens per ſcrupula prima duodecim, & ad idem extrenum rediens annis Aegyptijs 3434.

Motus

Motus longitudinis tam fixarum, quam erraticarum proprius omnis, est motus circularis perfectus, & quoad apparentiam inaequalis: ab occasu in ortum: fixarum & solis, circa axem Zodiaci: reliquarum erraticarum circa proprios quosdam axes & inter sese & ab axe zodiaci diuersos: unde ipsis praeter motum longitudinis, etiam motus latitudinis inesse dicitur. De motu igitur reuolutionis stellarum omnium communi, erit problematum nostrorum liber primus. De motu trepidationis itidem stellarum omnium communi, liber secundus. De motu fixarum proprio, liber tertius. De motu solis proprio, liber quartus. De motu lunae proprio liber quintus. De calculo Eclipsium Solis & Lunae liber sextus & postremus.

Bartholomæi Pitiſci Grunbergenſis
PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM
LIBER PRIMVS.
De motu reuolutionis ſtellarum omnium communi,

Siue

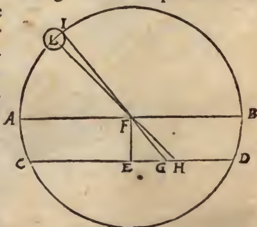
De motu cæli diurno.

PROBLEMA PRIMVM.

Altitudinem Solis ſupra horizontem quouis momento deprehendere. Ptol. lib. 2. c. 5. Cop. lib. 2. c. 6.

Altitudo Solis ſupra horizontem rectiſſimè capitur per Quadrantem. At colligi tamē etiam poteſt ex umbris, ſiue rectis: ſiue uerſis: hoc modo. Sit planum horizontale C E D. & in eo gnomon perpēdiculariter erectus E F, extremitate ſua F centrum mundi referens, & in partes æquales quotlibet, uerbi gratia,

Schema CIII.



in partes

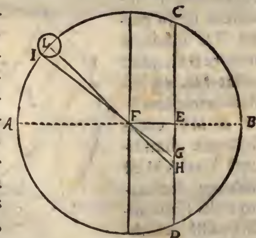
in partes æquales 100. diuisus. Et sit obseruata umbra recta Solis EG. sparsa à summitate corporis Solaris I. (Nam umbra EH. sparsa à centro Solis L. tota cerni nequit: propterea quod pars illius umbræ GH. à supremo gibbo Solis I. perpetuò illuminatur) Sit inquam obseruata umbra recta supremi gibbi solaris EG. 95. partium. Quæratur autem angulus EGF. æqualis angulo altitudinis AFI. Dico:

Vt EG. umbra recta ad EF. gnomonē ita EG radius.

95.	100.	100000

ad EF. 105263. tangentem anguli EGF. siue AFI. cuius mensura est arcus AI. 46. gr. 28. m. unde subtractus semidiameter Solis LI. 15. m. relinquit altitudinem centri Solis AL. 46. gr. 13. m.

Vel.



Schema CIV.

Sit planum uerticale CED. & in eo gnomon normaliter fixus EF. extremitate sua attingens centrum mundi F. & in partes æquales 100. diuisus. Et sit obseruata umbra uersa Solis EG. 103½. partium, ostendens altitudinem imi gibbi Solis I. (Nam umbra centri EH. rursus tota cerni nequit: quia pars HG. ab imo gibbo Solis

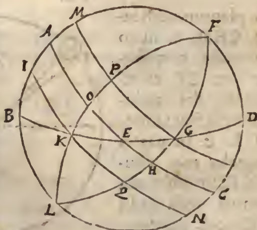
 I. illumi-

Illuminatur) Quæratur autem angulus altitudinis EFG. siue IFA. Dico:

Vt FE. gnomon ad EG. umbram uersam: ita FE. rad. 100 $103\frac{432}{1000}$. 100000. ad EG. 103432. tangentem anguli EFG. uel IFA. hoc est, arcus IA. 45. gr. 58. m. cui si addas semidiametrum Solis IL. 15. m. efficitur altitudo centri Solis 46. gr. 13. m.

PROBLEMA SECVNDVM.

Ex altitudine Solis, in meridie utriusque solstitij capta, distantiam tropicorum, & maximam declinationem Solis, ac simul eleuationem poli colligere. Ptol. lib. 1. c. 2. & lib. 2. c. 5. Copern. lib. 2. c. 2.



Schema CV.

Altitudinem minorem, uerbi gratia BI. subduc á maiore BM. quod restat IM. est distantia tropicorũ: IK & MP. cuius distantiæ dimidium IA uel AM est maxima declinatio Solis: qua additâ ad BI. uel subtractâ de BM ostenditur BA, eleuatio Æquatoris AEC. supra horizontem BED. cui eleuationi Æquatoris BA. ex opposito respondet depressio Æquatoris DC.

cuius

cuius complementum est DF. eleuatio poli F. supra horizontis punctum D.

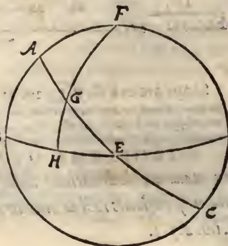
EXEMPLVM. Sit obseruata Heidelbergæ altitudo Solis in bruma BI. 16. gr. 57. m. At in Solstitio æstiuo BM. 63. gr. 53. m.

	Erunt
	BM. 63. 53.
	BI. 16. 57.
Distantia tropicorum	IM. 46. 56.
Maxima declinatio.	IA. 23. 28.
Eleuatio Æquatoris.	BA. 40. 25.
Eleuatio poli.	DF. 49. 35.

PROBLEMA TERTIVM.

Data maxima declinatione Solis, singularum signiferi partium declinationes inuenire. Ptol. lib. 1. c. 13. Cop. lib. 2. c. 3.

Sit colurus solstitiorum, idemq; Meridianus ABCD. Æquator BED. Signifer AEC. polus Æquatoris F. meridianus quispiam FGH. abscindens de signifero arcum EG. & notans punctum G. cuius quæratur declinatio GH.



Schema CVI.

Sint autem data, arcus Signiferi E G. 30. gr. unà cum ipsius complemento G A. 60. gr. Item declinatio maxima A E B. uel A B. 23. gr. 28. m. unà cum ipsius complemento A F. 66. gr. 32. m. Quia igitur circuli F A B. & F G H. per polum Æquatoris F. & signifer A E C. per polum coluri A B C D. transeunt: ideo anguli ad A, B, & F. sunt recti per 57. p. 1. Quia uerò anguli ad A, B, & F. sunt recti; ideo uel soluo Triangulum F E G. per axioma primum aut tertium; & dico:

per ax. 1. Vt E A. ad B A. 23°. 28′. ita E G. 30. gr.
per ax. 3. G H E. - H E G.

100000. 39822. 50000.

ad G H. 19911 —— 11. gr. 29. m. uel quod multò est compendiosius, soluo Triangulum A F G. per axioma quartum. hoc modo:

A G. 60. 0. —— 60. 0.
A F. 66. 32. —— 23. 28.
126. 32. 83. 28. —— 99350
Exc. 36. 32. —— 59529
39821
19910.

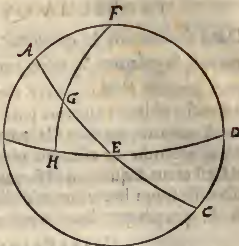
Sinus arcus F G. 11. gr. 29. m.

NB. Hoc modo, nempe per axioma quartum, omnes & declinationes Solis & latitudines reliquorum planetarum absq; omni uel multiplicatione uel diuisione per solam additionem & subtractionem reperire potes.

PROBLEMA QVARTVM.

Data maxima declinatione Solis singularum Signiferi partium ascensiones rectas inuenire. Ptol. lib. 1. c. 14. Cop. lib. 2. c. 3.

Ascensio



Schema CVI.

Aſcenſio recta alicuius partis Signiferi dicitur arcus Æquatoris, qui cũ illa parte in Sphæra recta ſimul aſcendit. Vt partis Signiferi GE aſcenſio recta eſt HE. quia punctum H. eodem momento cum pũcto G. attingit horizontem rectum FGH. Notum enim eſt è Sphæricis quemuis circulum per polos mundi ductum eſſe horizontem in aliqua regione ſub Sphæra recta (hoc eſt, ſub Æquatore) ſita.

Sint igitur data, quæ pridem: nempe arcus Signiferi EG. 30. gr. unà cum ipſius complemento GA. 60. gr. Et maxima declinatio Solis AB. 23. gr. 28. m. unà cum ipſius complemento AF. 66. gr. 32. m. Et deniq; anguli ad A, B & H. recti. Quæratur autem aſcenſio recta HE. Dico: in Triangulo BFH.

Vt AF. 66. gr. 32. m. ad AG. 60. gr. ita FB. 90. gr.
per ax. 2. Sinus 91792. tang. 173205. 100000.
per comp. 1. — 100000. 109016.

ſecans complementi AF. ad 188822. tangentem arcus BH. 62. gr. 6. m. cuius complementum eſt HE. 27. gr. 54. m. aſcenſio recta quæſita, per ax. 2. & per compend. 1.

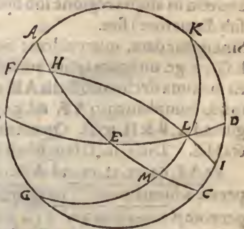
PROBLEMA QVINTVM.

Datis declinatione & ascensione recta unà cum eleuatione poli, singularum Signiferi partium ascensiones obliquas inuenire. Ptol. lib. 2. c. 7. Cop. lib 2. c. 3.

Ascensio obliqua alicuius partis Signiferi dicitur arcus Æquatoris, qui cum illa parte in Sphæra obliqua simul ascendit: ut ascensio obliqua partis Signiferi HL est arcus Æquatoris HE. quia arcus ille HE. simul ascendit supra horizontem obliquum BED in sphæra obliqua: in qua eleuatio poli est DK.

CASVS PRIMVS.

Si Sol sit in signo aliquo boreo, qualia signa sunt ♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍.



Sit meridianus ABCD. Æquator AEC. Signifer FLI. Horizon obliquus BED. eleuatio poli DK. Arcus aliquis Signiferi HL. eiusque declinatio LM. & ascẽsio recta HM. ascensio obliqua HE. differentia ascensionalis EM. Et in Triangulo ELM. sint data præter rectum ad M. compl. eleuationis poli LEM. siue DC. 40. gr. 25. m. & declinatio LM. 11. gr. 29. m. & deniq; ascensio recta HM. 27. gr. 54. m.

Schema CVII.

gr. 54. m. Quæratur autem EM. differentia ascensionalis: quæ demta de ascensione recta HM relinquat ascensionem obliquam HE. Dico:

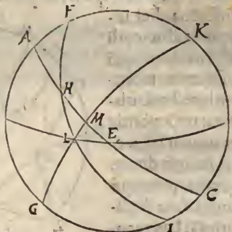
Vt DC. 40. gr. 25. m. ad CE. rad. ita LM. 11°. 29′.
T. 85157. 100000. T. 20315.
100000 117430.

ad 23855. sinum arcus ME. 13. gr. 48. m. quo detracto de ascensione recta HM. 27. gr. 54. m. relinquitur ascensio obliqua HE. 14. gr. 6. m.

CASVS SECVNDVS.

Si Sol sit in signo aliquo australi, qualia signa sunt ♎, ♏, ♐, ♑, ♒, ♓.

Signifero existente FHI, cæteris, ut ante: Sit data portio Signiferi HL nempe finis libræ, uel principium Scorpij 30. gr. eiusque declinatio LM. 11°. 29′. & ascensio recta HM. 27. gr. 54. m. unà cum declinatione maxima. LHM. 23°. 28′. Dico:



Schema CVIII.

Vt BA. 40. gr. 25. m. ad AE. rad. ita LM. 11. 29.
per ax. 2. T. 85157. 100000 T. 20315.
per cõp. 2. 100000 117430.

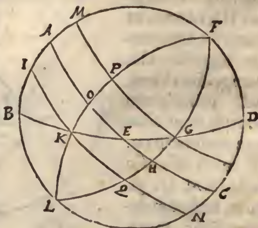
ad 23855.

ad 23855. ſinum arcus E M. 13. gr. 48. m. quo addito ad aſcenſionem rectam H M. 27. gr. 54. m. efficitur aſcenſio obliqua H E. 41. gr. 42. m.

CONSECTARIVM. Differentiæ ergo aſcenſionales in utroq; ſemicirculo Signiferi ſunt eædem: ſed in ſemicirculo boreali ſunt ab aſcenſionibus rectis auferendæ: in ſemicirculo reliquo ſunt ad aſcenſiones rectas addendæ.

PROBLEMA SEXTVM.

Data declinatione Solis, unà cum eleuatione poli, ſingularum ſigniferi partium arcum ſemidiurnum, hoc eſt, quantitatem diei reperire. Copern. lib. 2. c. 7.



Schema CV.

Differētia diei inæqualis ab æquali nihil aliud eſt, quã differentia aſcenſionis rectæ ab obliqua: ut Copernicus monet lib. 2. c. 9. Et res ipſa docet. Si enim principij tauri G. data declinatio GH. 11. gr. 29. m. unà cum complemēto eleuationis poli GEH. 40. gr. 25. m. & angulo recto ad H. Quæratur autē arcus Æquatoris EH. qui additus ad quadrantem A E. oſtendat quantitatem arcus ſemidiurni A H. uel in parallelo Solis M G. Ratiotinatio prorſus eadem erit, quæ in problemate antecedente: nempe,

Vt C D.

Vt CD. 40°. 25′. ad CE. rad. ita GH. 11°. 29′.
T. 85157. 100000. T. 20315.
100000. T. comp. 117430,

ad 23855. ſinum arcus EG. 13°. 48′. cui arcui reſpondent, Hora 0. minuta 41. Ergo, quando Sol eſt in principio tauri, dies eſt horarum 13. & 22. minutorum. Nam bis 41. m. ſunt 1. hora, 22. m. quæ addita ad 12. horas efficiunt 13. H. & 22. m.

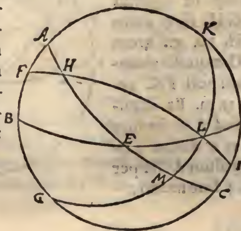
CONSECTARIVM. Hinc cuiuscunque regionis, ſi data ſit eleuatio poli, unà cum declinatione maxima: dabitur etiam dies maximus. Et contra: ſi datus ſit dies maximus, unà cum declinatione maxima, dabitur etiam eleuatio poli.

PROBLEMA SEPTIMVM.

Data declinatione Solis, unà cum eleuatione poli, ſingularum ſigniferi partium, latitudinem ortiuam inuenire.

Ptol. lib. 2. c. 2. Cop. lib. 2. c. 7.

Latitudo ortiua dicitur arcus horizontis inter Æquatorem & orientem aliquem ſigniferi gradum interceptus, ut EL. Inuenitur autem hoc modo.



Schema CVII.

Vt LEM. 40°. 15'. ad LM. 11°. 29'. ita EML. rad.
per ax. 3. 64834. 19908. 100000.
per cōp. 1. 100000. 154239.

Secans compl. GEH. ad 30706. sinum arcus EG. 17°. 53'.

PROBLEMA OCTAVVM.

Datis loco & declinatione Solis unà cum eleuatione poli, altitudinem eius supra horizontem ad quamuis horā inuenire.

CASVS PRIMVS.

Si Sol sit in Aequatore, hoc est, in principio libræ uel arietis.

Sit hora secunda à meridie, & Sol ad H. constitutus: adeoq; sit angulus AGH. siue arcus AH. 30. gr. arcus AG. æqualis eleuationi poli FK. 49. gr. 35. m. Et angulus ad A. rectus per 57. p. 1. Soluo Triangulum AGH. per ax. 4. hoc modo:

Schema CIX.

G
A
F
B
H
I
K
L
E
D
C

AH. 30°.

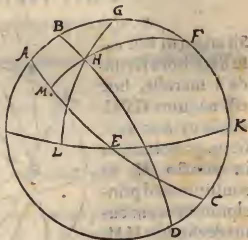
AH.	30°.	0 — 30°.	0′.	
AG.	49.	35. — 40.	25.	
	79.	35. 70.	25.	94215
	10.	25.		18080
				112295
				56147.

Sinus arcus HL. altitudinis ☉. ſupra horizontem 34°. 9′.

CASVS SECVNDVS.

Si Sol ſit in aliquo ſigno boreo.

Sit rurſus hora ſecunda à meridie, adeoque ſit angulus GFH. 30. gr. ſiue arcus AM. Sol autem ſit in *15.* gr. Tauri, nempe ad punctum H. cuius puncti declinatio HM. eſt *16°. 21′.* & quæratur eius altitudo HL. Soluendum uenit Triangulum obliquangulum FGH. cuius latera duo nota ſunt, FG. complementum eleuationis poli 40°. 25′. & FH. complementum declinationis Solis 73. 39. unà cum angulo GFH. 30. gr. Ita igitur procedo per axioma quartum.



Schema CX.

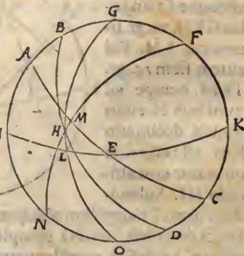
FG. 40. 25.----40. 25.
FH. 73. 39 ----16. 21.

114. 4.--56. 46-----83644.
24. 4-------------------40780.
GFH. 30°. 0'.-100000   124424
60. 0.---86602   62212.
13398.

Vt 100000. ad 72212. ita 13398.
ad 9674. quo detracto de 83644. relinquitur 73970. ſinus arcus HL. altitudinis ſolaris 47°. 42'.

CASUS TERTIUS.

Si Sol ſit in ſigno aliquo auſtrali.



Sit etiam in hoc caſu data hora ſecunda à meridie, hoc eſt, angulus GFH. etiam in hoc caſu ſit 30. gr. Sol autem in puncto H. ſit conſtitutus ad principium Scorpij: cuius declinatio HM. eſt 11°. 29'. Arcus igitur FH. eſt quadrante maior. Ergo pro Triangulo GFH. nunc ſoluo Triangulum NHO. per axioma 4. hoc modo.

Schema CXI.

NO. 40.

NO. 40. 25. —— 40. 25.
NH. 78. 31. —— 11. 29.

118. 56. 51. 54. —— 78693.
28. 56. ———— 48379
30. 0. 127072.
HNO. 150. 0. 100000. 63536.
60. 0 —— 86602.
186602.

Vt 100000. ad 63536. ita 186602. ad 118559. de quo si subtrahas 78693. restabit 39866. sinus excessus tertij lateris, nempe sinus altitudinis solaris HL. 23 gr. 30′.

PROBLEMA NONVM.

Data altitudine Solis latitudinem eius à meridiano supputare.

Latitudo Solis à meridiano est arcus horizontis inter meridianum &uerticalem, qui per solem transit, interceptus, ut in præcedentibus tribus Schematibus arcus IL. Qui arcus facilimè reperitur per axioma 3. hoc modo.

In primo casu præcedentis problematis.

Vt GH. cōpl. altitudinis 55 gr. 51′. ad GFH. 30. gr. ita FH. 90 gr.
Sin. 82757. Sin. 50000. 100000.
Cōp. 1. 100000. 120835.
Sec. cōp. FH. ad 60417. sinū anguli HGF. uel IGL, hoc est, arcus IL. 37. gr. 10. m.

In secundo casu:

Vt GH. 42°. 18. ad GFH. 30. gr. ita FH. 73°. 39'.
67301. 50000. 95956.
ad 71288. ſinum anguli FGH. uel IGL. hoc eſt, arcus IL. 45. 28.

In tertio caſu:

Vt GH. 66. 30. ad GFH. 30. gr. ita FH. 78. 31.
91706. 50000. 97998.
ad 53430. ſinum anguli FGH. uel IGL. hoc eſt, arcus IL. 32°. 18'.

PROBLEMA DECIMVM.

Et Solis & omnium omnino ſtellarum declinationes obſeruare.

Per Quadrantem obſerua altitudinem ſtellæ in circulo meridiano. Quæ altitudo ſi fuerit maior altitudine Aequatoris, hanc ab illa ſubtrahe: ſin minor, fac contrarium: & habebis declinationem ſtellæ quæſitam.

Exempli gratia. Si Solis altitudo in circulo meridiano per Quadrantem obſeruata ſit BF. 35. gr. 12. m. ſubtractis BF. 35. gr. 12'. de altitudine Æquatoris BA. 40°. 25'. remanet declinatio Solis FA. 5. gr. 13. m.

Schema CVII.

PROBLE-

PROBLEMA VNDECIMVM.

Ex obseruata declinatione Solis locum eius in Ecliptica reperire.

Sit obseruata declinatio Solis F A. 5. gr. 13. m. Quæratur autem locus eius in Ecliptica, hoc est, quæratur arcus F H. quia igitur in Triangulo F A H. præter rectum ad A. notus est obliquus ad H. nempe declinatio maxima 23. gr. 28. m. & insuper etiam latus F A. declinatio nuper obseruata, dico per ax. 3. *Vide Schema CVII.*

Vt A H F. 23°. 28′. ad A F. 5. gr. 13. m. ita F A H. 90. gr.

39821.	9092.	*100000.*
cõp. 1. *100000.*		251120.

Sec. compl. A H F. ad 22831. sinum arcus F H. 13. gr. *12.* m. quo arcu detracto de signo piscium 30. gr. apparet Solem esse in *16.* gr. 48. m. piscium.

Videtur autem Sol 24. horarum spacio unum ferè gradum pertransire. Veniunt itaque pro horaria portione scrup. $2\frac{1}{2}$. Vnde ad quamlibet aliam horam constitutam facilè coniectabitur locus eius, inquit Copernicus lib. 2. c. *14.*

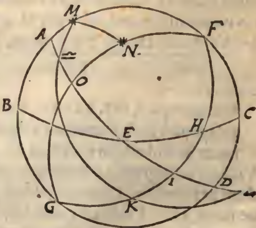
PROBLEMA DVODECIMVM.

Ascensiones rectas fixarum inuenire.

Ascensionem rectam primæ alicuius stellæ fixæ sic inuenies. In meridie obserua declinationem Solis, & inde collige ascensionem eius rectam per problemata præcedentia. Deinde horologium quoddam automaton indubitatæ fidei exactè compone ad motum Solis. Porro obserua, quot horis à meridie stella fixa, cuius ascensionem

ascensionem rectam inquiris, ad meridianum peruenerit. Deniq; horas illas in gradus & scrupula Æquatoris conuersas adde ad ascensionem rectam Solis, & habebis ascensionem rectam stellæ fixæ quæsitam. Exempli gratia. Primum in meridie sit obseruata ascensio recta Solis ad K. constituti, I L. 80. gr. Deinde horis nouem à meridie elapsis sit obseruatus transitus stellæ alicuius fixæ M. per meridianum B A M. Atqui horis nouẽ ascenderunt I A. 135. gr. 22½. m. singulis enim horis ascendunt 15. gr. 2½. m. Additis ergo I A. 135. 22½. ad I L. 80. gr. manifestum fit, ascensionem rectã stellæ fixæ M. h. e. arcum Æquatoris A L. à principio Arietis L. esse 225. gr. 22½.

Schema CXII.



¶ Inuenta autem ascensione recta unius alicuius stellæ fixæ, reliquarum fixarum omnium ascensiones rectas inde colliges hoc modo:

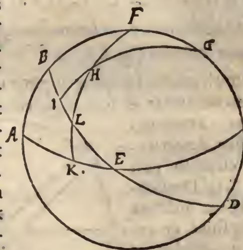
Sit prius inuenta ascensio recta stellæ fixæ M. nempe arcus A L. Nunc autem quæratur ascensio recta stellæ fixæ N. hoc est, arcus O L. obseruatis declinationibus A M & O N. per problema 9. & notata distantia M N. uel per Quadrantem uel per Sextantem. Quia in Triangulo

angulo M F N, nota sunt omnia tria latera : nempe M F. & N F. complementa declinationum & M N. distantia stellarum : inde per ax. 4. inuestigabis angulũ M F N. cuius mensura est arcus A O. quo detracto de ascensione recta stellæ M. nempe de arcu A L. remanebit arcus O L. ascensio recta stellæ N.

PROBLEMA DECIMVM TERTIVM.

Data declinatione & ascensione recta alicuius stellæ fixæ, eius longitudinem ab æquinoctio uerno, & latitudinem ab Ecliptica supputare.

Sit meridianus A B C. Æquator A E C. Ecliptica BED. polus Æquatoris F. polus Eclipticæ G. & sit stellæ H. data declinatio H K. & ascensio recta K E. quæratur autem longitudo E I. & latitudo I H. Primum in Triangulo K E L. quia præter rectum ad K. notus est angulus maximæ declinationis Solis K E L. & insuper ascensio recta stellæ K E. Dico.



Schema CXIII.

I. Vt E A. rad. ad A B. tang. maximæ declinationis, ita E K. sinus ascensionis rectæ, ad tangentem arcus

Pp K L. sinus

KL. quo detracto de declinatione stellæ KH. relinquitur arcus LH. per ax. 2.

II. Vt KL. ad KEL. ita KE. ad KLE. per ax. 3. cui æquatur ILH. per 13. p. 1.

III. Vt KEL. ad KL. ita LKE. ad LE. per ax. 3.

IV. Vt HIL. ad HL. ita IL H. ad IM. latitudinem stellæ per ax. 3.

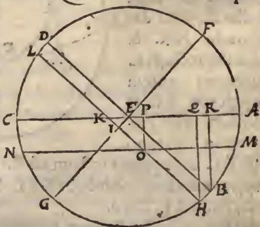
V. Vt tangens ILH. ad rad. ita tangens IH. ad sinum IL. per ax. 2. quo IL. addito ad LE. efficitur arcus IE. quo detracto de circulo toto relinquitur arcus EDBL. Longitudo stellæ ab Æquinoctio uerno E.

PROBLEMA DECIMVM QVARTVM.

Data declinatione & latitudine stellæ longitudinem eius inuenire. Cop. l. 3. c. 2.

Exempli gratia: Sit Spicæ uirginis obseruata altitudo in meridiano 27. gr. ferè. Qualem obseruauit Copernicus Frueburgi Prussiæ, Anno 1525. ubi eleuatio poli est 54°. 19'. Declinatio igitur austrina stellæ fuit 8. gr. 40. m. per problema 9. Et sit latitudo stellæ austrina data 2. gr. 0. m. Quæratur autem longitudo. Descripto circulo meridiano per Æquatoris & Eclipti-

Schema CXIV.



& Eclipticæ polos incedente A B C D. sit sectio communis Æquatoris cum meridiano, adeoq; dimetiens Æquatoris A E C. sectio communis Eclipticæ cum meridiano siue dimetiens Eclipticæ B E D. poli Eclipticæ F & G. principium Cancri D. capricorni B. Declinatio austrina Spicæ sit C N uel A M. per cuius declinationis terminos N & M. ducatur dimetiens paralleli Æquatoris per Spicam transeuntis N O M. Latitudo austrina Spicæ sit D L. uel B H. per cuius latitudinis terminos L & H. ducatur dimetiens paralleli Eclipticæ per Spicam transeuntis L O H. quæ dimetiens, ubi secuerit dimetientem Æquatoris, nempe ad punctum O. ibi erit locus Spicæ, ac proinde sinus rectus longitudinis Spicæ á ♎ quippe uersusCapricornum,in parallelo suo erit recta I O. quam quærimus.

In Triangulis autem æquiangulis E B R & K H Q. dantur. 1. Sinus arcus A B maximæ declinationis Solis 23. gr. 28. m. nempe sinus R B. 39835.

2. Sinus arcus A H. 25°. 28′½. compositi ex maxima declinatione Solis A B. 23°. 28′½. & ex latitudineSpicæ austrina B H. 2. gr. nempe sinus R H. 43012.

3. Sinus declinationis austrinæ AM. 8. gr. 40. m. nempe sinus O P. 15069.

4. Sinus latitudinis austrinæ B H. 2. gr. nempe sinus E I. 3489. & sinus complementi I L. uel I H. 99939.

Dico igitur per 46. p. 1.

I. Vt R B. 39835. ad B E. 100000. ita Q H. 43012.
comp. 1. 100000 251036.
ad H K. 107975.

II. Vt RB. 39835. ad BE. 100000. ita PO. 15069.
Comp. 1. 100000. 251036.
ad OK. 37828.

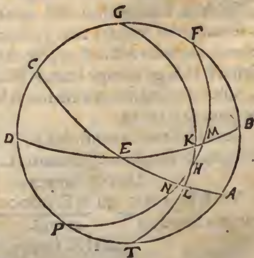
Subtracta autē recta OK. 37828. de recta HK. 107975. restat recta OH. 70147. qua rursus subtracta de recta IH. 99939. restat recta IO. 29792. quâ notâ porrò dico: III. Vt IH. 99939. est 100000. radius, ita IO. 29792.
100000 100061.

est 29810. sinus distantiæ Spicæ à principio libræ. 17. gr. 20'. 40''. Cui si addas semicirculum 180. gr. habebis longitudinem Spicæ ab Aequinoctio uerno 197. gr. 20'. 40''. ad tempus obseruationis Copernici.

PROBLEMA DECIMVM QVINTVM.

Data longitudine & latitudine stellæ, eius declinationem & ascensionem rectam, simulque medium cœli reperire. Copern. lib. 2. cap. 4.

Schema CXV.



Sit circulus per polos Aequatoris & Signiferi ductus, nempe colurus solstitiorum ABCD. Aequator AEC. Signifer BED. poli Æquatoris F. & P. Poli Signiferi G. & T. Stella quæpiam H. circulus per polos Æquatoris & centrum stellæ in-

cedens

cedens F H P. adeoque declinatio stellæ H N. ascensio recta E N. Circulus quispiam per polos Signiferi & centrum stellæ incedens G H T. adeoq; latitudo stellæ H K. longitudo E K. medium cœli, (hoc est, gradus Eclipticæ, cum quo stella H. meridianum attingit) E M. Et sint data.

B A. maxima declinatio Solis 23°.. 28′.

E K. longitudo stellæ H. nempe oculi ♉, ab æquinoctio uerno. 63°.. 58. ad an. N C. 1588

H K. latitudo eiusdem stellæ perpetua, uersus austrum 5°.. 10′.

Quærantur autem

H N. declinatio

E N. ascensio recta &

E M. medium cæli, eiusdem stellæ.

Inquisitio.

In Triangulo P T H. tria nota sunt.

1. latus P T. æquale lateri A B. 23°.. 28′

2. latus T H. complementū latitudinis stellæ 84°.. 50′.

3. angulus H T P. complementum anguli K T B. qui angulus est complementum longitudinis stellæ 26. gr. 2. m. Vnde angulus H T P. est 153°.. 58

Et nota duo latera notum angulum includunt.

Inquiro igitur latus tertium P H. per ax. 4. hoc modo.

P T. 23°.. 28′.——23°.. 28′.
T H. 84. 50.——5. 10.

108. 18 28. 38.—— 47920
18. 18.——————31399.

79319

39659. med. rectæ.

HTP. 153. 58.

90.—100000.

63. 58.—89854

189854. Sinus uersus.

Vt 100000. ad 39659. ita 189854.

ad 75294. unde detractus sinus 47920. relinquit 27374. sinum rectum excessus tertij lateris, nempe declinationis stellæ HN. 15°. 53'. cui si addas quadrãtem PN. simul innotescit totũ tertiũ latus PH. 105°. 53'. eiusque compl. ad semircirculum, hoc est, complementum declinationis stellæ HF. 74°. 7'.

Quibus omnibus notis, porrò dico per ax. 3.

74. 7.	26. 2.	
Vt PH. 105. 53.	ad PTH. 153. 58.	ita TH 81°. 50'.
96180.	43889.	99594.

ad 45446. sinum anguli HPT. cuius mensura est arcus NA. 27°. 2'. cuius compl. EN. 62°. 58°. est ascensio recta stellæ quæsita. At Raijmarus scribit, eiusdem stellæ ascensionem rectam Cassellis eodem anno obseruatam & inuentam esse 63°. 10'. Quæ obseruatio, si rectè à Raiimaro annotata est, longitudo & latitudo oculi tauri tam apud Ptolomeum quam apud Copernicum est mendosa.

Denique pro inueniendo medio cæli EM. dico per ax. 2.

Vt FA. 90°.	ad AN. 27°. 2.	ita FB. 66. 32. compl. AB.
100000.	tang. 51026.	Sin: 91729.

ad 46805. tangentem arcus MB. 25°. 5'. cuius complementum EM. est medium cæli stellæ H. quæsitum 64°. 55'.

FINIS.

Bartholo-

Bartholomæi Pitisci Grunbergensis PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM LIBER SECVNDVS,

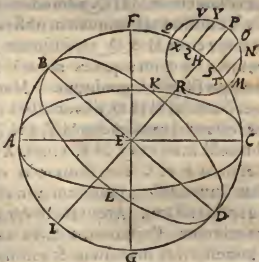
De motu trepidationis itidem stellarum omnium communi,

Siue

De diuersitate obliquitatis Signiferi.

PROTHEORIA

Sit colurus solstitiorum ABCD. & in eo poli Aequatoris F. & G. poli Signiferi H & I. Signifer ipse BKDL. Æquator AKCL. Axis signiferi HEI. axis Æquatoris FEG. Deinde in coluro solstitiorum assumatur arcus MHQ. tantus,



Schema CXVI.

quanta est differentia inter maximam obliquitatem Signiferi FM. & inter minimam FQ. per hunc arcum MHQ. axis

MHQ. axis Signiferi & cum eo tota cœlorum machina hinc inde mouetur ab M. per H. in Q. & rursus à Q per H in M. idq; motu admodum inæquali: nempe circa maximam & minimam Signiferi obliquitatem tardissimo, circa mediam uelocissimo: ut multorum seculorum obseruationes ostendunt. Iam motus inæqualis, nisi mediante aliquo motu æquali ad calculum reuocari non potest. Polo igitur mediæ obliquitatis Signiferi H, interuallo dimidiæ differentiæ HQ. uel HM. describatur in superficie globi epicyclus MNOP. Et in eo anomalia siue diuersitas obliquitatis Signiferi æqualiter moueri intelligatur ab M. in N, &c. quo facto, manifestum est, motus fictitio æquali per circumferentiam epicycli MNOP. respondere motum uerũ per diametrum MHQ. admodum inæqualem: & quidem omnino talem, qualem obseruationes requirunt: nempe circa M & Q. tardissimum, circa H. uelocissimum. Sint enim æquales arcus MN, OP, PY, & VQ. nempe singuli 5. graduum. Manifestum est portiones diametri MHQ. illis arcubus respondentes nempe rectas uel quasi rectas MT, SH, HZ, & XQ. admodum esse inæquales. MT. enim, XQ. sunt sinus uersi: SH uerò & HZ. sunt sinus recti, eorundem arcuum. Iam sinus uersus 5. graduum non est nisi 381. sinus uerò rectus est 8715. Atqui 381. in 8715. plusquam uicies continetur. Ergo motus circa extremitates M & Q. (hoc est, circa maximam & minimam obliquitatem Signiferi) plusquam uigecuplo tardior est motu circa H. Quod ante omnia ostendendum erat.

PROBLEMA

PROBLEMA PRIMVM.

Aequalem motum anomaliæ obliquitatis Signiferi ad quoduis datum tempus colligere.

Ad omnem æqualem motum colligendum, etiam tempus datum æquale sit oportet. Inæquales autem sunt anni Iuliani: quippe alij dierum 365. alij dierum 366. Inæquales etiam sunt menses Iuliani: quippe alij dierum 30. alij dierum 31. alij dierũ 28. uel 29. Inæquales denique sunt etiam dies ciuiles: propter duas causas. Primùm, quia motus Solis in Signifero est inæqualis. Deinde, quia etiam cum æqualibus arcubus Signiferi, inæquales arcus Æquatoris ascendunt. Dies autẽ ciuilis est reuolutio totius Aequatoris, & insuper particulæ tantæ, quanta cum eo arcu Signiferi, quem interim Sol proprio & contrario motu emensus est, ascendit. Sed inæqualitas quidem dierum ciuilium nisi in motu lunæ, nihil habet momenti: nec nisi absoluto calculo motus Solis intelligi potest. Ergo eius correctio sub finem problematum de motu Solis differatur. Inæqualitas autem annorum Iulianorum corrigitur, reductione eorum ad annos Aegyptios, qui perpetuo sunt æquales, quippe singuli dierum 365. Cæterum, anni Iuliani ad annos Ægyptios reducuntur, si per 4. diuidantur. Sic enim quarti cuiusque anni dies intercalaris separatur: & in unoquoque anno non nisi 365. dies relinquuntur. Mensium autem Iulianorum inæqualitas euitatur, dum pro mensibus datis, dies illorum mensium ad calculum assumuntur. Exempli

causa, sit quærendus aliquis motus æqualis ad horam secundam pomeridianam diei 30. Iunij. anni à N C. 1600.

Primum annos Iulianos completos 1599. reduco ad annos Aegyptios hoc modo:

33 3. ---- anni tres, post bisextilem reliqui.
1599
444 (399. dies intercalares.
365. (1. annus Ægyptius, ad 1599. addẽdus.
34. --- dies residui.

Deinde numero dies Mensium dati anni currentis 1600. & sunt, dies Ianuarij --- 31.
Februarij --- 29
Martij ------ 31
Aprilis ------ 30
Maij ------- 31
Iunij, dies completi 29
Dies antea residui 34.
Summa dierum. 215.

quia annus Iulianus 1600. est bissextilis: quippe cum annus 1599 fuerit tertius post bissextilem: idque ideo, quia annus N C. fuit bissextilis. Ergo & quartus quisque ab illo est bissextilis.

Denique horis duabus pomeridianis addo horas 12. à media nocte elapsas, ut fiant horæ 14. idque propterea, quia Copernicus æram Christi orditur, non à meridie calendarum Ianuarij: sed à media nocte Calendas Ianuarias antecedente: idque respectu meridiani Cracouiensis, cuius longitudo secundum Copernicum est 45. graduum.

His ita factis, tempus calculo Astronomico aptum est annorum

annorum Ægyptiorum. 1600.
Dierum ———————— 215.
Et horarum ———————— 14.

Quos annos & dies compendiosioris calculi causa redigo in Sexagenas annorum & dierum : horas uerò conuerto in scrupula siue in sexagesimas partes dierũ: hoc modo.

44
1600
660 (26. Sexagenæ annorum, & 40. anni.
6

3
215 (3. Sexagenæ dierum, & 35. dies.
60

24. horæ dant 60. scrupula dierum, quot scrupula dierum dant 14. horæ?

℞. 35. Nam

Vt 24. ad 60. ita 14.
2. 5 7.
1 ad 35.

¶ Præter temporis correctionem in omni motu æquali colligendo hæc duo præscire oportet:
Primum, quanto tempore absoluatur ille motus.
Alterum, constituto certo aliquo temporis principio, quousque tunc & unde progressus fuerit ille motus, Verbi gratia: quousque & unde progressus fuerit motus anomaliæ obliquitatis Signiferi, tempore natiuitatis Christi.

Ad primam quæstionem hoc loco respondet Copernicus, motum anomaliæ obliquitatis Signiferi (ipse uocat motum anomaliæ simplicis Æquinoctiorum) absolui annis Ægyptijs 3434. Idque probabiliter colligit ex obseruationibus antiquis ac nouis, lib. 3. cap. 6.

Motus igitur annuus est --- 6′. 17″. 24‴. 9⁗. ferè

Motus diurnus --- 0′. 1″. 2‴. 2⁗. Nam

I. Vt 3434. anni ad 360. gr. ita 1. annus ad 0. gr. 6′. 17″. 24‴. 9⁗. ferè.

II. Vt 365. dies ad 6′. 17″. 24‴. 9⁗. ita 1. dies ad 0′. 1″. 2‴. 2⁗.

Quia uerò motus unius anni est 6′. 17″. 24‴. 9⁗. ideo motus Sexaginta annorum siue unius Sexagenæ annorum est 6°. 17′. 24″. 9‴. Nam ut anni per 60. crescunt: ita motus.

Eodemq; modo: quia unius diei motus est 1″. 2‴. 2⁗. ideo sexaginta dierum siue unius sexagenæ dierum motus est 1′. 2″. 2‴. Quod obseruare operæ precium est: quia calculum præbet admodum facilem ijs: qui practicam Italicam norunt: quam Studiosus mathematum ignorare nemo debet. Discere autem poterit qui uolet, ex Arithmetica Germanica Petri Appinai: uel ex alijs id genus libellis: qui uulgò prostant, & in omnium ferè mercatorum manibus uersantur.

Ad secundam quæstionem respondet, & rursus ex obseruationibus antiquis atque nouis probabiliter colligit Copernicus, motum anomaliæ obliquitatis Signiferi ab M. uersus N. hoc est, à maxima obliquitate uersus minimam tempore natiuitatis Christi, progressum esse

ſum eſſe gradibus 6. minutis 45.

Quibus ita poſitis: æqualem motum anomaliæ obliquitatis Signiferi ita colligo, ut ſequitur.

Sex^{a}. annorum   Sexag^{a}. anni

1 ———— 6°. $17'$. $24''$. $9'''$. —— 26. 40.

2. 5. 48. 3. 0.   20. 20.

31. 27. 0. 45.   5 20.

4. 11. 36. 6.   1

2. 47. 44. 4. 0.

Sex^{a}. dierum   Sex^{a}. dies ſcr.

1 ———— $1'$. $2''$. $2'''$. —— 3. 35. 35.

7. 11. 10.

7 11. 10.

Motus dierum ———— $3'$. $42''$. $53'''$. $21''''$. $10'''''$.

Motus annorum —— $2'$. 47°. 44. 4.

Radix ———— 0. 6. 45.

Summa ———— $2'$. 54°. $32'$. $46''$. $53'''$. $21''''$. $10'''''$.

Hoc eſt

174. gr. $32'$. ferè.

Nam duæ ſexagenæ graduum ſunt 120. gr. quibus ſi addas 54. gr. efficiuntur 174. gr. &c.

PROBLEMA SECVNDVM.

Proſthaphæreſes obliquitatis Signiferi ſupputare.

Proſthaphæreſes obliquitatis Signiferi ſunt portiones diametri M H Q. inæquales, arcubus anomaliæ M N O P. æqualibus reſpondentes: & ideo ſic dicuntur, quia modo addendæ ſunt ad obliquitatem Signiferi mediam, modo ab eadem auferendæ: prout citra uel ultra mediam obliquitatem Signiferi H. conſiſtunt.

 Suppu-

Supputantur autem adminiculo sinuum, si prius constet quantitas diametri MHQ. nempe differentia inter maximam & minimam obliquitatem Signiferi, quam differentiam Copernicus dicit & probat esse 24. scr. primorum lib. 3. cap. *10.* Tempore enim Ptolemæi, cum motus esset tardissimus, & ferè imperceptibilis, erat obliquitas Signiferi 23°. 52'. ferè. Nunc quando motus iterum est tardissimus, & ferè imperceptibilis, obliquitas Signiferi per obseruationes deprehenditur non multò maior quam 23°. 28'. Vnde liquet istos duos esse summæ tarditatis limites. Subtractis autem FQ. 23°. 28'. de FM. 23°. 52'. relinquuntur QM. 24. scrupula prima. Quibus datis, quia ad datum tempus motus anomaliæ MV. *174*°. 33'. excessit quadrantem MP. arcu PV. 84°. 33'. cuius arcus sinus HX. est *99547.* ideo dico:

Vt QH. *100000.* ad HX. *99547.* ita QH. *12'.* ad HX. *11'. 56''.* quibus subtractis de media obliquitate Signiferi FH. 23°. 40'. restat obliquitas quæsita FX. 23°. 28'. 4''.

12
199094
99547
11 | *94564*
60.
56 | *73840.*

FINIS.

Bartholo-

Bartholomæi Pitiſci Grunbergenſis PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM LIBER TERTIVS,

De motu fixarum proprio

Siue

De motu præceſſionis Aequinoctiorum.

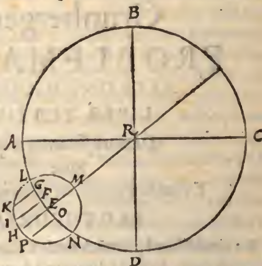
PROTHEORIA.

Æquinoctia ad primā Arietis ſtellam fixā eſſe ueteres crediderunt. At inde dimoueri & quotannis nonnihil anticipare tempus docuit. Vnde uerisimile eſt fixas ſecundum ſignorum ordinem ab occaſu in ortum circa axem Signiferi in morem planetarum circumagi. Quia uerò perinde eſt, ſiue prima ſtella Arietis unà cū tota ſtellarum fixarum ſphæra à puncto æquinoctij uerni antrorſum: (h. e. ſecundum ſignorum ordinē) ſiue punctum æquinoctij uerni á prima ſtella Arietis retrorſum (h. e. contra ſignorum ordinem) moueatur: Copernicus autem omnes motus à prima ſtella Arietis deducit: etiam nos punctum æquinoctij uerni à prima ſtella Arietis tanquam fixa & immobili retro per Signiferum moueri nunc fingemus. Qua fictione aſſumta, ſit Signifer ABC D. prima ſtella Arietis, & quondam punctum æquinoctij uerni A. atque

tunc

tunc punctum solstitij æstiui siue principium Cancri B. Ab illo puncto A. siue à prima stella arietis ibi fixa, punctum æquinoctij uerni subinde magis magisque retrocedit: & quidem motu inæquali. Qui motus inæqualis, ut ad calculum reuocari possit, fingatur motus quidam præcessionis Æquinoctiorum medius & æqualis, ab A. in E. deinde polo E. in superficie globi, ad Signiferum A B C D. ascribatur epicyclus H I K L, diametro tanta, quanta est maxima differentia inter fictitium æqualem, & apparentem inæqualem præcessionis Æquinoctiorum motum. In cuius epicycli circumferentia H I K. motus anomaliæ circumcurrat: prosthaphæreses autẽ, à motu æquali E in primo semicirculo H L M. auferendæ: in posteriore semicirculo M N H. ad eundem motum æqualem addendæ in diametro N E L. æstimentur: ut supra in obliquitate Signiferi factum fuit. His ita positis iam tria quæruntur. 1. quantus sit motus æqualis præcessionis æquinoctiorum, siue quantum processerit punctum E. à puncto A. unoquoque tempore. 2. quantus sit motus æqualis

Schema CXVII.



anomaliæ

anomaliæ præcessionis Æquinoctiorum, siue quantū processerit punctum H. uersus I. unoquoq; tempore. 3. quæ prosthaphæresis in diametro epicycli N E L. respondeat motui anomaliæ per circumferentiam epicycli H I K.

PROBLEMA PRIMVM.

Aequalem motum præcessionis Aequinoctiorum ad quoduis datum tempus colligere.

Supra diximus, ad quemuis motum æqualem pro tempore dato colligendum duo præsciri oportere.
1. quanto tempore absoluatur ille motus: atque adeo, quantus sit motus annuus ac diurnus.
2. quousque & unde progressus fuerit ille motus certo quodam tempore, uerbi gratia, tempore Natiuitatis Christi.

De primo, hic respondet Copernicus, æqualem motū præcessionis Æquinoctiorum absolui annis Ægyptijs 25816. idq; per diuersorum temporum obseruationes probat, lib. 3. cap. 6.

Vnde liquet, motum annuum esse. 50″. 12‴. 5⁗.
diurnum: 0. 8‴. 15⁗.
Nam, ut 25816. anni ad 360. gr. ita 1. annus
ad 0. gr. 0′. 50″. 12‴. 5⁗. Et
Vt 365. dies ad 50″. 12‴. 5⁗. ita 1. dies
ad 0″. 8‴. 15⁗.

De secundo, respondet Copernicus, æqualem motum præcessionis Æquinoctiorum tempore natiuitatis Christi progressum esse ab A. uersus E. 5°. 32′.

Hinc pro tempore dato colligitur motus æqualis præcessionis Æquinoctiorum hoc modo:

Sex. an.		Sex. anni
1	50′. 12″. 5‴.	26. 40.
	30.	13°. 20′.
	20.	8. 53. 20.
		5 20.
		2. 13. 20.
		22°. 18′. 42″. 13‴. 20⁗.

Sex. d.		Sex. d. ser.
1	8″. 15‴	3. 35. 35.
	24. 45.	30. 30.
	4. 7. 30.	5. 5.
	41. 15.	
	4. 7. 30.	
	41. 15.	

0′. 29″. 38‴. 33⁗. 45‴‴.	Motus dierum
22. 18′. 42. 13. 20.	Motus annorum
5. 32.	Radix.
27°. 51′. 11″. 51‴. 53⁗. 45‴‴.	Summa.

PROBLEMA SECVNDVM.

Aequalem motum anomaliæ præcessionis Aequinoctiorum ad quoduis datum tempus intelligere.

Æqualis motus anomaliæ præcessionis Æquinoctiorum duplus est ad æqualem motum anomaliæ obliquitatis Signiferi, ut ostendit Copernicus lib. 3. c. 6. Ergo si æqualem motum anomaliæ obliquitatis Signiferi, supra inuentum, duplices, habebis æqualem motum ano-

tum anomaliæ præceſſionis æquinoctiorum, ad tempus datum: hoc modo:

174°.	33'.	Anom.	obl. Signiferi.
	2.		
349.	6.	Anom.	præceſ. Æq.

Initium autem ſumit motus anomaliæ præceſſionis Æquinoctiorũ, à linea medij motus, nempe à puncto H. & tendit in partem medio motui contrariam, nempe uerſus I & K.

Quo poſito, ad tempus datum anomalia præceſſionis æquinoctiorum progreſſa erit ab H. per L, M & N, uſque ad P. & reſtabit de toto circulo tantum arcus PH.

PROBLEMA TERTIVM.

Poſthaphæreſes præceſſionis Aequinoctiorum ſupputare.

Hic ante omnia ſciendum eſt, quanta ſit maxima proſthaphæreſis, ſiue quanta ſit maxima differentia inter æqualem & apparentem motum præceſſionis Æquinoctiorum, hoc eſt, quanta ſit ſemidimetiens epicycli HIK. per quem circumit anomaliæ motus. Copernicus dicit, & ex obſeruationibus probat, eſſe ſeptuaginta ſcrupulorum primorum, lib. 3. c. 7.

Quo poſito & conceſſo, reliquæ differentiæ ſiue proſthaphæreſes ad quemuis datum anomaliæ motum æqualem prorſus eodem modo, quo proſthaphæreſes obliquitatis Signiferi colliguntur.

EXEMPLI gratia. Ad datum anomaliæ motum æqualem 349°. 6'. cuius motus complementum ad integrum circulũ eſt PH. 10°. 54'. proſthaphæreſis ita colligitur:

Vt EN. radius ad EO. sinum rectum 10°. 54'. ita EN.

100000	18909.	70. scr. prima.

70

13|23630

60

14|17800.

ad EO. | 13'. 14".

Iam EO. consistit ultra medium siue æqualem motum præcessionis Æquinoctiorum, nempe ultra lineam RE. Ergo prosthaphæresis est ad medium motum AE. addenda, hoc modo:

AE.	27°.	51'.	12".	Medius motus.
EO.	0.	13.	14.	Prosthaphæresis.
	28°.	4.	26.	Vera præcessio Æq.

PROBLEMA QVARTVM.

Motum fixarum siue præcessionem Aequinoctiorum ex obseruationibus deprehendere.

Fit hoc per problema 14. libri primi. Exemplum uide apud Copernicum lib. 3. c. 2.

FINIS.

Bartholo-

Bartholomæi Pitiſci Grunbergenſis PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM

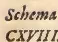
LIBER QVARTVS.

De motu Solis proprio.

PROTHEORIA.

Sol proprio motu ſub Ecliptica fertur ab occaſu in ortum, & annuo ſpacio ſemel circumuoluitur. Sed diutius immoratur in ſignis boreis, quàm in auſtrinis. Quod argumento eſt, centrum reuolutionis eius eſſe à centro mundi diuerſum. Sed & apogeum Solis ſecundum ordinem ſignorum quotannis nonnihil progreditur. Quod indicio eſt, etiam centrum eccentrici Solis eodem modo circa terram circumire. Nam centrum eccentrici & apogeum ſemper & neceſſariò ſunt in eadem linea: unde moto apogeo, etiam centrum eccentrici mouetur, & contra. Verùm, nec apogei motus eſt æqualis: ſed aliquando tardior, aliquando uelocior. Vnde colligere promtum eſt, etiam centrũ eccentrici Solis ferri in eccentrico, uel certe in concentrepicyclo. Quæ opinio etiam inde confirmatur, quia eccentricitas ſolis inæqualiter iam diu decreuit: quomodo omnino decreſceret, ſi centrum eccentrici in epicyclo quodam ad terram modo propius aduol-

 ueretur,





ueretur, modo longius ab ea retrocederet. Sit ergo Ecliptica A B C D. descripta ex centro mundi E. & sint in ea quatuor cardines suis signis notati ♈, ♋, ♎, ♑. Prima autem stella Arietis sit ad F. Vnde hoc nostro tempore punctũ æquinoctij uerni retrocesserit usque ad ♈. ut præcessio æquinoctiorum sit F ♈. Apogeum uerò medium hoc nostro tempore processerit ab F. in G. similiterque centrum eccentrici medium I. ab H. in I. centrum autem eccentrici uerum post tres integras reuolutiones interim contrario motu peruenerit à K. per

à K. per M in L. quo L. centro describatur eccentricus Solis N O P, & per duo centra E & L. ducatur recta B L E D. qua ducta erit apogeum Solis uerum in B differens ab apogeo medio G. angulo B E G. qui angulus, quia citra lineam apogei medij GIE. subsistit, ideo est à motu apogei medij auferendus. Si autem ultra lineam medij motus G I E. consistere (ut futurum est, quando centrum eccentrici decurret in semicirculo epicycli posteriore) esset ad eundem medium motum addendus. Angulus igitur B E G. uel L E I. est prosthaphæresis centri eccentrici. Eccentricitas autem est L E. nunc ferè minima : quæ tempore Ptolomæi erat ferè maxima, quasi M E. Porrò, Sol ab apogeo N. uersus perigeum R. progressus sit motu æquali usque ad O. hoc est, distet ab apogeo suo, angulo N L O. spectetur autem ex centro mundi E. manifestum est angulũ apparentiæ N E O. angulo medij motus N L O. longè esse minorem. Nam in Triangulo L E O. angulus exterior N L O. solus tantus est, quanti sunt ambo interiores oppositi L E O & E O L. simul sumti : per 48. p. 1. Et per eandem, angulus E O L. subtractus ab angulo N L O. relinquit angulũ N E O. Angulus igitur E O L. est prosthaphæresis Solis ad O. consistentis; eodemq; modo anguli L P E, L Q E, L R E, L S E, L T E, L V E. sunt prosthaphæreses Solis ad P. uel Q. uel R, &c. consistentis. Quæ prosthaphæreses in priore semicirculo, nempe ab apogeo ad perigeum semper sunt à medio siue æquali motu Solis auferendæ : in posteriore semicirculo, nempe à perigeo ad apogeum semper sunt

addendæ. Nam in priore ſemicirculo nempe in ſemicirculo N P R. angulus apparentiæ angulo medij motus ſemper eſt minor, ut angulus N E O. eſt minor angulo N L O. angulus N E P. eſt minor angulo N L P. angulus N E Q. eſt minor angulo N L Q. In poſteriore uerò ſemicirculo, nempe in ſemicirculo R T N. angulus apparentiæ angulo medij motus ſemper eſt maior: ut angulus R E S. eſt maior angulo R L S. angulus RFT. eſt maior angulo R L T. angulus R E V. eſt maior angulo R L V. Maximæ autem proſthaphæreſes utrinq; ſunt in media apparentia inter apogeum & perigeũ, nempe ad P. & T. minimæ, circa apogeum & perigeũ; nullæ in ipſo apogeo uel perigeo. Et motus quidem circa apogeum apparet tardiſſimus: circa perigeum uelociſſimus: eandem ob cauſam: quia nempe angulus apparentiæ hinc inde ab apogeo ſemper eſt iuſto minor, at hinc inde à perigeo ſemper eſt iuſto maior. Hinc morale illud: Sol quando eſt altiſſimus, lentiſſimo & quaſi modeſtiſſimo gradu incedit: ita homines decet. Hac theoria præmiſſa, iam facilè erit ſequentia problemata intelligere.

PROBLEMA PRIMVM.

Aequalem ſiue medium motum Solis à prima ſtella Arietis ad quodcunq; datũ tempus inuenire. Coper. l. 3. c. 14.

Æqualis motus Solis in eccentrico Z V N. à prima ſtella Arietis Z. (nam anguli FE B. & Z L N. ſunt ijdem) uiciſſim ad eandem abſoluitur ſecundum Copernicum diebus 365. ſcrupulis 15′. 24″. 10‴.

Hinc

Hinc patet motus Solis annuus: 5′. 59°. 44′. 49″. 7‴. 4⁗.
ac diurnus 0. 0. 59′. 8. 11. 22.

Nam, ut 365. dies 15‵. 24″. 10‴. ad 360. gr. ita 365. dies.
ad 359. gr. 44′. 49″. 7‴. 4⁗.
Siue quod idem est.
ad 5′. 59°. 44′. 49″. 7‴. 4⁗. Et

Vt 365. dies ad 5′. 59°. 44′. 49″. 7‴. 4⁗. ita 1. dies
ad 0. Sex. 0. gr. 59′. 8″. 11‴. 22⁗.

Notis autem motibus unius anni ac diei, noti etiam sunt motus 60. annorum uel dierum: nempe

Motus sexagenæ annorum 5‵. 59‶. 44°. 49′. 7″. 4‴.

Motus sexagenæ dierum. 0. 0. 59°. 8′ 11″. 22‴.

Hæc periodus est motus Solaris. Locus autem illius motus, siue progressio Solis à Z. uersus N. tempore N C. fuit 4°. 32′. 30″.

Quibus duobus ita positis, ad tempus supra datum medius motus Solis per compendium practicæ Italicæ colligitur hoc modo:

Sex. an.							Sex. anni.	
1 ——	5‶.	59‵.	44°.	49′.	7″.	4‴. ——	26.	40.
1.	59.	54.	56.	22.	21.	20.	20.	20.
Reiectis inte-	29.	58.	44.	5.	35.	20.	5.	20.
gris calculis.	3.	59.	49.	52.	44.	43.	1	
Summa est		5.	15.	9.	48.	26.		

Sex. d.						Sex. dies. scr.			
1 ——	59°.	8′.	11″.	22‴. ——		3.	35.	35.	
2.	57.	24.	34.	6.			30.	30.	
	29.	34.	5.	41.			5.	5.	
	4.	55.	40.	56.	50.				
		29.	34.	5.	41.				
		4.	55.	40.	56.	50.	55		3. 32.

3. 32. 28. 50. 30. 27. 50. Motus dierum.
5. 15. 9. 48. 26. Motus annorum.
4. 32. 30. Radix.

1ˢ. 20°. 8′. 38″. 56‴. 27⁗. 50′′′′′. Motus æqualis Solis á prima ſtella Arietis: quem Copernicus uocat motum Solis æqualem ſimplicem: cui ſi addideris præceſſionem Æquinoctiorum æqualem, 27°. 51′. 11″. 40‴. 47⁗. habebis motum Solis æqualem compoſitum, ad tempus ſupra datum:

1ˢ. 47°. 59′. 50″. 37‴. 14⁗. 50′′′′′.

PROBLEMA SECVNDVM.

Aequalem motum apogei, ſiue centri eccentrici Solis ad quoduis datum tempus intelligere. Cop. lib. 3. c. 22.

Annuus motus apogei Solis ſecundum Copernicum eſt ------ 24″. 20‴. 14⁗.
Motus diurnus ------- 0″. 4‴. 0⁗.

Locus autem medij motus apogei Solis, à prima ſtella Arietis tempore N C. fuit 61°. 18′. 46″. 15‴. 24⁗.
Hinc ad tempus ſupra datum medius motus apogei ſiue centri eccentrici Solis colligitur hoc modo.

Sex. anni.					Sex. anni.	
1	24′.	20″.	14‴.		26.	40.
8.	6.	44.	40.		20.	20.
2.	1.	41.	10.		5	20.
0.	16.	13.	29.	20.	1	
10. gr.	48′.	59″.	33‴.	20⁗.		

Sex. d.

Sex. d.					Sex. dies. scr.	
1	4″.			3.	35.	35.
	12.				30.	30.
	2.	20.			5.	5.
		2.	20.			
	14.″	22‴.	20⁗.	Motus dierum.		
10°. 48′.	59″.	33‴.	20⁗.	Motus annorum.		
61. 18.	46.	15.	24.	Radix.		
72°. 8′.	0.	11.	4.	Summa. Medius motus apogei Solis ad tempus supra datum.		

PROBLEMA TERTIVM.

Aequalem motum anomaliæ apogei Solis ad quodcunq; datum tempus indagare.

Æqualis motus anomaliæ apogei est æqualis motus centri eccentrici Solis in epicyclo K M L. tendens à K. uersus M.

Statuit autem Copernicus motum illum per omnia conuenire cum æquali motu anomaliæ obliquitatis Signiferi. Iam, æqualis motus anomaliæ obliquitatis Signiferi ad tempus supra datum erat 174. gr. 33′.

Ergo etiam æqualis motus centri eccentrici ad tempus supra datum est, 174. gr. 33′. Atque adeo ad illud tempus centrum eccentrici Solis progressum erit in epicyclo suo à K per M. usque ad L.

PROBLEMA QVARTVM.

Prosthaphæreses apogei, siue prosthaphæreses centri eccentrici Solis supputare.

Prosthaphæresis apogei siue centri eccētrici Solis hîc, uerbi gratia, est angulus L E I. ad quem inueniendum præter datum angulum L I E. (qui angulus est anomaliæ K L. siue anguli K I L. 174°. 33. complementum ad semicirculum 5°. 27′.) duo requiruntur. 1. notitia mediæ eccentricitatis E I. 2. notitia differentiæ inter mediam & maximam eccentricitatem I K. siue I L. Statuit autem Copernicus maximam eccentricitatem Solis E K. esse 417. minimam E I. 323. talium partium, qualium quæ ex centro eccentrici esset 10000. Hinc latera E I & I L. colliguntur hoc modo:

E K.	*417.*
E X.	*323.*
X K.	94.
IX uel IL	*47.*
E I.	*370.*

Qua collectione facta, quia iam in Triangulo E I L. tria nota sunt nempe angulus L I E. & duo latera includentia angulum notum L I. & E I. Item summa angulorum duorum ignotorum, hoc est, complementū anguli dati ad duos rectos, par angulo L I K. dato *174. 33.* eiusque dimidium 87. 16½. Et denique summa laterum datorum *417.* & differentia eorundem 323. Dico per axioma quintum planorum.

Vt summa laterum datorum. ad diff. eorundem.

417. — *323.*

ita tangens 87°. 16½.

2101011.

ad *1627401.*

ad *1627401.* tangentē anguli 86°. 29'. qui detractus de angulo 87. $16\frac{1}{2}$. relinquit angulum minimum L E I. uel B E G. 47'. 30". quem ángulum si auferas ab angulo medij motus apogei F E G. 72. gr. 8'. relinquitur uerus motus apogei Solis, ad tempus supra datum F E B. 71°. 20'. 30".

NB. Hocmodo nempe per solum axioma quintum Triangulorum planorum & ha & reliqua omnes tam Solis quàm cæterorum planetarum prosthaphæreses ferè citius ex fundamentis ipsis supputari, quam ex tabulis prosthaphæreseon inquiri possunt. Vnde liquet, eum qui in Trigonometria probè uersatus sit, nullis prosthaphæreseon tabulis indigere. Liquet item, per huiusmodi calculum studiosos astronomiæ liberari ab inquisitione partis proportionalis: quæ inquisitio quàm sit molesta, norunt ij, qui eius periculum fecerunt.

PROBLEMA QVINTVM.

Eccentricitatem eccentrici Solis inuenire.

Eccentricitas eccentrici Solis ad supra datum tempus erit recta E L.

Noti autem sunt in Triangulo E I L. per problema præcedens omnes anguli, & insuper etiam duo latera E I. & I L. Dico igitur per quartum planorum.

Vt I E L. o. gr. 47'. 30". ad I L. ita E I L. 5°. 27'.

Sin. *1381.* — *47.* — Sin. *9497.*

ad E L. $323\frac{296}{1381}$.

Ergo eccentricitas Solis ad datum supra tempus erit $323\frac{296}{1381}$. respectu radij *10000.* uel quod perinde est *3232.* respectu radij *100000.*

PROBLEMA SEXTVM.

Prosthaphæreses eccentrici Solis supputare.

Prosthaphæreses eccentrici Solis (Copernicus uocat prosthaphæreses orbis) ut in protheoria diximus, sunt

 exempli

exempli gratia anguli L O E, L P E, &c. Quos angulos, ut reperias, duo requiruntur.

1. notitia distantiæ Solis ab apogeo.
2. notitia eccentricitatis.

Distantia Solis ab apogeo reperitur subtractione ueri motus apogei à medio motu Solis : uel huius ab illo : prout quisque illorum motuum est maior uel minor. Verbi gratia.

Ad datum supra tempus erant

Medius motus Solis. 80°. 8′. quasi Z O.
Verus motus apogei. 71. 20. quasi Z N.

Ergo distantia Solis ab apogeo N. hoc est, arcus N O. siue angulus N L O. erit 8. 48.

Eccentricitas autem E L. per problema antecedens reperta est 323. partium, qualium L O. est 10000.

Hinc iam in Triangulo L E O. tria nota sunt:

1. Latus L O. 10000.
2. Latus E L. 323. eorumque
Summa 10323.
& differentia 9677.
3. anguli E L O. complementum N L O. hoc est, summa duorum angulorum E & O. 8. gr. 48′. eiusque summæ dimidium 4°. 24′.

Dico igitur per axioma quintum planorum :

Vt summa laterum E L & L O. ad differentiam.
10323. 9677.
ita Tangens 4°. 24′.
7672.
ad 5191.

ad 7191. tangentem anguli 4°. 7'. qui demtus de dimidia summa angulorum ad E & O. 4. gr. 24'. relinquit angulum minimum siue prosthaphæresin quæsitam L O E. o. gr. 17'. quæ prosthaphæresis ablata de medio motu Solis 80. gr. 8'. relinquit uerum motum ☉ à prima stella Arietis 79. gr. 51'. Cui si addas ueram processionem æquinoctiorum, habebis uerum motũ Solis ab æquinoctio uerno, ad tempus supra datum, hoc modo:

Medius motus ☉.	80. 8.
Prosthaphæ.	o. 17.
Verus motus à prima	79. 51.
Præcessio æquinoctiorum.	28. 4.

Verus locus ☉. ab æq. uerno 107. 55. h. c. 17°. 4'. Cancri. Ergo ad tempus supra datum, nempe Anno 1600. die 30. Iunij antiqui: horâ secundâ pomeridianâ, uerus locus ☉ ab æquinoctio uerno erit 17. gr. 55'. Cancri. An autem calculus iste cælo respondeat, obseruare poteris, per 12. problema libri primi problematum Astronomicorum.

PROBLEMA SEPTIMVM.

Tempus æquinoctij (& similiter ingressum Solis in quodcunque punctum Signiferi) obseruare.

Duobus circa æquinoctium diebus, obserua altitudinem Solis meridianam, & ex ea collige locum solis in Zodiaco per problemata 11. & 12. lib. 1.

Tum tempus inter duas istiusmodi obseruationes interiectum partire proportionaliter, sic ut maiori distantiæ à

stantiæ à puncto æquinoctiali longius tempus conueniat: minori breuius: & habebis uerum æquinoctij tempus.

EXEMPLVM. Anno 1599. obseruauit quidam altitudinem Solis meridianam 11. & 12. diebus Martij: & inde per problemata modo citata collegit locum distantiæ Solis à puncto Æquinoctiali: ad diem 11. Martij. 0. gr. 7'. ad diem 12. Martij. 0. gr. 52'. Iam horæ inter istas duas obseruationes interiectæ erant 24. Motus autem istis 24. horjs conueniens erat in summa, 59. m.

Dico igitur.

59. m. dant 24. horis ; quot horas dant { 57. m. / 52. m.

```
  7
-----
 168    R.
  59 (2. H. 50'.
 118
-----
  50
  60
-----
3000
  59 (50'.
 295
-----
  50.
```

Ergo ingressus Solis in Arietem fuit 11. Martij 2. H. 50'. P.M. Sed hoc exemplum est fictum: & scrupula secunda neglecta. In serijs autem obseruationibus Æquinoctiorum, quia sunt maximi momenti, etiam scrupula secunda, tertia & quarta uidentur adhibenda.

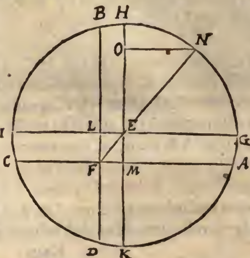
PROBLEMA

PROBLEMA OCTAVVM.

Apogei locum, & eccentricitatis quantitatem obseruare.

Hoc problema nobilissimũ explicabo per duo exempla itidem nobilissima: quorum unum est Ptolemæi, alterum Copernici: utrumque tres obseruationes solares præsupponit.

EXEMPLVM PRIMVM. Ptolemæus inuenit ab æquinoctio uerno ad solstitium elapsos esse dies $94\frac{1}{2}$. à solstitio ad æquinoctium autumnale dies $92\frac{1}{2}$. per problema autem primum, diebus $94\frac{1}{2}$. competit æqualis motus Solis 93. gr. 9′. fere. Diebus $92\frac{1}{2}$. -- 91°.11′. fere. Sit ergo circulus Solis annuus ABCD. & centrum eius E. Æquinoctium uernum A. autumnale C. solstitium B. bruma D. Per primum igitur interstitium temporis, datus est motus Solis ab A. in B. siue arcus A B. 93. gr. 9. ferè minutorum: per secundum interstitium temporis datus est motus Solis à B in C. siue arcus B C. 91. gr. 11′. Connexis ergo punctis æquinoctialibus C & A. per rectam C F A. & solstitialibus per rectam B F D. quæ rectæ sese rectè intersecent in puncto F. quia circumferentia A B C. est semicirculo maior,



Schema CXIX.

lo maior, quippe composita ex arcubus A B. 93. gr. 9'. & BC. 91. gr. *11'*. qui duo arcus simul sumti faciunt 184. gr. 20'. & quia etiam maior est A B. quam B C. ideo necesse est centrum circuli ABCD. inter B F & F A. lineas, & apogeum inter æquinoctium uernum A & tropen æstiuam B. contineri. Nam centrum eccentrici & apogeum semper sunt in eadem linea. Ducatur iam per centrum E. recta I E G. rectæ A F C. parallela. Quo facto, constituetur parallelogrammum rectangulũ L E M F. cuius dimetiens F E. producta in N. ostendet locum apogei Solis ad N. & eccentricitatem EF. Quæ duo hoc loco quærantur. Quia igitur circumferentia A B C. nota est: quippe 184. gr. 20'. notum etiam est eius dimidium A H uel H C. 92. gr. 10'. & A G. excessus arcus A H. supra quadrantem 2. gr. 10'. eiusque sinus rectus E M. 3780. respectu radij *100000*. (Copernicus sumit tantũ 378. respectu radij *10000*.) Itẽ BH. excessus arcus A B. 93. gr. 9'. supra arcum A H. 92. *10*. nempe 59'. eiusque sinus rectus FM. *1716*.

Quia uerò in Triangulo plano F E M. nota sunt duo latera includentia rectum F M. & E M. facile deinceps & latus reliquum & anguli reliqui innotescent.

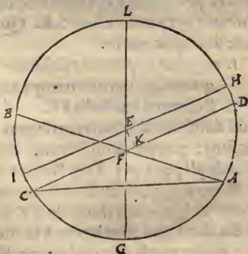
Nam

I. Vt FM. *1716*. ad EM. *3780*. ita FM. *100000*. ad *22027*. tangentem anguli E F M. *65*. gr. *35'*. cuius anguli complementum est angulus B F N. æqualis angulo H E N. *24*. gr. *25'*. per *2*. axioma planorum: quo angulo tunc apogeum Solis N. apparuit ante Solstitium æstiuum B.

II. Vt

II. Vt EFM. 65. gr. 35′. ad EM. ita FME.
Sin. 41056. 3780. 100000.
ad FE. 4151. quæ tunc fuit eccentricitas Solis per ax. 4. planorum.

EXEMPLVM SECVNDVM. Copernicus anno N. C. 1515. obseruauit hæc tria puncta 1. Æquinoctium autumnale. 2. medium Scorpij. 3. æquinoctium uernũ: & inuenit ab æquinoctio autumnali usque ad medium scorpij dies 45. scr. 16. Item inuenit ab æquinoctio autumnali usque ad æquinoctium uernum dies 178. scr. $53\frac{1}{2}$. Per problema autem primum diebus 45. scrupulis 16. competit æqualis motus 44°. 37′. ferè. Diebus 178. scrupulis $53\frac{1}{2}$. competit æqualis motus 176. gr. 19′. Quibus ita sese habentibus repetatur circulus Solis annuus ABCD. & sit rursus æquinoctium uernum A. autumnale B. Medium autem scorpij sit C. Et coniungantur puncta A. & B. item C. & D. rectis AB & CD. secantibus sese mutuo in centro mundi F. & circũferentiæ AGC. subtendatur recta AC. Quoniam igitur data est circumferentia BC. 44°. 37′. Item BGA. 176. gr. 19′. Item



Schema CXX.

Tt ij per sub-

per ſubtractionem arcus B C. 44. 37. ab arcu BGA. 176. 19. arcus C G A. 131. 42. Item angulus B AC. ad circumferentiam B C. ſubduplus 22°. 18½′. per 53. p. 1. Trig. Itē angulus apparentis motus B F C. 45. gr. (quippe tota libra 30. & dimidium ſcorpij 15.) & eius complementum ad duos rectos C F A. 135. gr. Et duorum C F A & F A C. complementum ad duos rectos F C A. 22. 41½. atque illi ex oppoſito reſpondens circumferentia dupla D A. 45. gr. 22′. quæ compoſita cum circumferentia A C. 131. 42. efficit D A C. 177°. 5. Et quoniam ex his datis liquet utrumq; ſegmentũ circuli, A C B. & CAD. eſſe ſemicirculo minus, ideo manifeſtum eſt, centrum in reliquo B L D. ſegmento contineri. Sit ergo centrũ illud E. per quod agatur dimetiens L E F G. ut ſit apogeũ L. perigeum G. Atque à centro E in rectam C D. ducatur perpendicularis E K. Quibus ita præſtructis hæc duo quæruntur.

1. angulus apparentis diſtantiæ apogei Solis ab æquinoctio uerno: nempe angulus A F L.
2. Eccentricitas Solis F E.

Iam datorum circumferentiarum etiam ſubtenſæ datæ ſunt: quippe dimidiarum circumferentiarum ſinus dupli per 7. p. 2. Trig. Nempe A C. partium 182494. C D. 199934. quarum ſemidiameter ponitur 100000. Primum igitur in Triangulo C K A. quia omnes anguli dati ſunt, unà cum latere A C. inquiro inde latus C F. per quartum planorum hoc modo:

Vt C F A. 45.	ad C A.	ita C A F. 22°. 18½.
70710.	182494.	37959.

ad C F.

ad CF. 97967.

Deinde CF. 97967. ſubtraho à dimidia CD. nempe à recta CK. 99967. & reſtat FK. 2000.

Poſtea circumferentiæ CAD. 177. 5. complementum ad ſemicirculum 2°. 55'. colloco ex parte dimidia ad D. ex parte altera ad C. ut ſit DH. 1. 27½. Quo facto EK. erit ſinus arcus DH. 2545. Et ſic in Triangulo EFK. nota erunt præter rectum ad K. latera duo includentia rectum FK. & EK. Ex illis igitur porrò inquiro angulum EFK. ſiue LFD. per axioma ſecundum planorum, hoc modo.

Vt FK. 2000. ad EK. 2545. ita radius FK. 100000. ad EK. 127250. tangentem anguli EFK. ſiue LFD. 51°. 50'. quo addito ad angulum DFA. 45. gtad. (nam angulus DFA. æquatur angulo BFC.) efficitur angulus LFA. 96. gr. 56'. quo angulo, tempore Copernici apogeum Solis, quoad apparentiam diſtabat ab æquinoctio uerno. Vnde ſubtractus quadrans 90. gr. relinquit diſtantiam apogei Solis à ſolſtitio æſtiuo 6. gr. 50'. adeoque oſtendit locum apogei Solis in 6°. 50'. Cancri. Copernicus ſuo calculo inuenit tantum 6⅔°. hoc eſt 6. gr. 40. m.

Denique, quia in Triangulo EFK. præter duo latera FK. & EK. iam etiam omnes anguli noti ſunt, nempe EFK. 51. gr. 50'. & eius complementum FEK. 38°. 10'. & rectus ad K. pro inuenienda eccentricitate EF. dico per axioma 4. Triangulorum planorum.

Vt FEK. 38. 10. ad FK. ita EKF.
61795. 2000. 100000.
ad EF. 3236.

Ergo eccentricitas Solis tempore Copernici fuit 3236. Copernicus reiecta ultima nota 6. retinet tantum 323.

PROBLEMA NONVM.

Dierum ciuilium inæqualitatem corrigere. Cop. lib. 3. c. 26.

Dies ciuiles (quos Copernicus uocat dies naturales.) inæquales esse, ad primum problema libri secundi diximus. Corrigitur autem ista inæqualitas hoc modo: Primum, sint in promtu medius motus Solis compositus, hoc est, medius motus ☉ ab æquinoctio uerno medio: & ascensio recta ueri loci Solis ab æquinoctio uerno apparente: tum ad tempus datum, tum ad radicem temporis dati.

Deinde, medium motum minorem subduc à maiore: similiterque ascensionem rectam minorem ab ascensione recta maiore.

Quo facto, si differentiæ mediorum motuum & ascensionum rectarum fuerint æquales, tempus quoque est æquale.

Sin autem: excessus quidem differentiæ ascensionum rectarum est ad tempus datum addendus: excessus uerò mediorum motuum est ab eodem tempore dato auferendus.

Causa est in promtu. Quia differentiæ illæ mediorũ motuum & ascensionum rectarum nihil aliud sunt quàm ostensio, utrum medius an uerus motus Solis terminum dati temporis (si motus uterque in æquatore, ab ♈ uersus ♋. censeatur.) prætercurrerit. Quod si ergò uerus motus, siue ascensio eius recta prætercurrerit:

rerit: tempori dato exceſſus neceſſariò eſt addendus: & contra.

Exemplum.

TemporeN.C. medius motus ☉. ab æq. m. fuit 278°. 2'.
Verus locus ☉ ab æq. uero. 279. 17.
eiusque aſcenſio R. 280. 6.
Tempore ſupra dato medius motus ☉ ab æq. m. erit 107. 59.
Verus locus ☉ ab æq. uero 107. 55.
eiusque aſcenſio recta.—109. 25.

Calculus talis erit.

Medius motus N. C. 278°. 2'. | AR. ueri motus.280°. 6'.
Medius motùs noſter 107. 59. | AR. ueri motus. 109. 25.
differentia. 170. 3. differentia 170. 41.
170. 3.
Exceſſus differentiæ aſcenſionum R. 0. 38.

Hic exceſſus eſt addendus ad horas duas ſupra datas. Conueniunt autem ſingulis gradibus Æquatoris 4.' ſcrupula prima unius horæ. Nam

Vt 15. gr. ad 60. ſcr. hor. ita 1°.
ad 4. ſcr. hor.

Ergo 38'. primis conueniunt 2'. 32". ſcrupula horaria.
Nam

Vt 1. gr. ad 4. ita 0°. 38.
2'. 24". 30.
8 6.
ad 2'. 32". 2.

Ergo tempus ſupra datum, & per hoc problema correctum ſiue æquatum: eſt

Annus

Annus *1600.* dies 30. Iunij, hora P.M. 2°. 2'. 32''.
Quantum igitur Sol proprio motu interim emensus est, dum 2'. 32''. unius horæ ascenderunt, tantum ipsius motui, per problema sextum reperto est addendum. Conficit autem Sol singulis horis duo scrupula prima, & 28. ferè tertia. Nam

Vt 24. horæ ad motum diurnum. 59'. 8''. *11'''*. 22''''. ita 1.

6		*14.*	*47.*	*2.*	50.
3		7.	23.	*31.*	25.
1	Ad ———	2''.	27.	50.	28.

Ergo horâ nullâ, scrupulis 2'. 32''. conficit *15'''*. *12''''*.

Nam

Vt *1.* hor. ad 2''. 28'''. 0''''. ita 0. h. 2'. 32''.

4 56.	30
1.14	*2.*
4.	
ad *6'''*. *14''''*.	

Nihil autem in motu Solis habent momenti 6'''. *14''''*.
Ergo ista additio hic tutò negligi potest.

PROBLEMA DECIMVM.

Data differentia meridianorum, differentiam horarum intelligere, & contra.

REGVLA. Si locus sit orientalior, adde differentiam longitudinis, in tempus conuersam, ad horas datas: si sit occidentalior, subtrahe.

Orientalior autem est locus, cuius longitudo est maior: & contra.

EXEMPLVM.

EXEMPLVM. Longitudo meridiani Cracouienſis, ad quem noſtrum quoq; exemplum ex ſententia Copernici hactenus ſupputauimus, eſt 45. gr. 30. minutorum.

At longitudo meridiani Heidelbergenſis eſt tantum 30. gr. 45′.

Ergo Heidelberga eſt occidentalior.

45°. 30′.
Differentia autem 30. 45.
longitudinis eſt -- 14. g. 45′.

Quibus gradibus & ſcrupulis reſpondent H. 0. ſcr. 59′.
Nam
Vt 1. gr. ad 4′. ita 14. gr. 45′.
56
3
ad 59.

Ergo quæ Cracouiæ eſt hora uſualis 2. P.M. ea Heidelbergæ eſt hora 1°. 1′. P.M.

Nam ſi de 2. h. 0′.
ſubtrahas 0. h. 59′.
Relinquuntur 1. h. 1′.

Sic ex diuerſis meridianis, diuerſas apparentiarum cœleſtium horas: & contra, ex diuerſis apparentiarũ cœleſtium horis diuerſos diuerſorum locorum meridianos indagare poteris. Atq; hoc fundamentum eſt obſeruandarum longitudinum, præcipuorum in terra locorum. Si nempe obſeruetur, quota hora eadem Eclipſis aut alius quiſpiam inſignis motus apparuerit in hoc uel illo loco.

PROBLEMA VNDECIMVM.

Distantiam Solis à centro terræ supputare.

Distantia Solis à centro terræ maxima E N. per Eclipses reperta est semidiametrorum terræ 1179.

Hinc reliquæ distantiæ Solis à centro terræ ita supputantur.

Schema CXVIII.



Si Sol sit in perigeo, adeoq; distantia eius à centro terræ minima E R. Quia E R. est talium partium 9677. qualium E N. est 10323. per problema sextũ. Ideo dico:

Vt E N.

Vt EN. 10323. ad semidi. 1179. ita ER. 9677.
ad semid. 1105. 13'. 11".

Si Sol neque in apogeo neque in perigeo sit: Verbi gratia, si ad O. consistat:

Primum colligo, ut semper in promtu habeam semidiametros radij eccentrici LO. hoc modo:

Vt EN. 10323. ad semid. 1179. ita LN. uel LO. 10000.
ad semid. 1142. 6'. 36".

Deinde, pro inuenienda distantia Solis à centro terræ EO. dico per axioma tertium:

Vt LEO. 8. 31½. ad LO. semid. ita ELO. 8°. 48'.
Sinus 14824. 1142. Sin. 15298.
ad 1178½. semid. terræ.

PROBLEMA DVODECIMVM.

Parallaxes Solis supputare.

Hic duo requiruntur. 1. distantia Solis à uertice, in circulo, qui per polos horizontis. 2. distantia Solis à centro terræ, in linea recta à centro terræ ad Solem ducta.

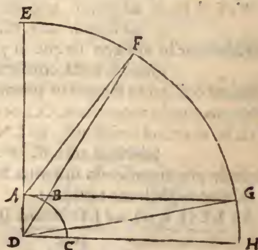
Distantia Solis à uertice, si non sit in ipso horizonte, reperitur per problema octauum libri primi. Et erit ad tempus supra datum 29°. 51'.

Distantia Solis à centro terræ reperitur per problema proximè præcedens. Et erit ad tempus modo dictum 1178½. semidiametrorum terræ.

His duobus datis, parallaxis Solis facilè supputatur maxima quidem, quæ circa horizontem contingit, per axioma. 1. planorum, hoc modo:

Schema CXXI.

Vt G D. 1178½. semid. terræ ad D A. 1. semid terræ. ita GD. radius 10000. ad DA. 85. sinum anguli DGA. 2'. 56". Cæteræ uerò per axioma quintũ, hoc modo:



Latus DF. 1178½. semidiametri terræ.
Latus AD. —— .1. semidiameter terræ.
Summa 1179½.
Differentia. 1177½.
Angulus ADF. 29°. 51'.
Compl. ad 2. rectos. 150. 9.
Dimidium ——— 75°. 4'. 30". Tangens 375168.

Ergo:

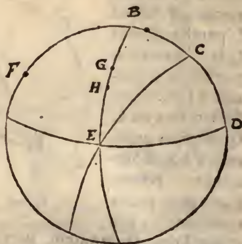
Vt 1179½. ad 1177½. ita 375168. ad 374532. tangentem anguli 75. gr. 3'. 3". qui sublatus de angulo 75. gr. 4'. 30". relinquit parallaxin Solis AFD. o. gr. 1'. 27".

PROBLEMA DECIMVM TERTIVM.

Quomodo parallaxis Solis, longitudinem uel latitudinẽ eius mutet ostendere. Cop. lib. 4. cap. 26.

Si uer-

Si uerticalis per Solē tranſiens ſit ipſe Signifer, tota parallaxis in longitudinem tranſit: eamque minuit in quadrante Signiferi occidentali, auget in quadrãte orientali. Sit enim Meridianus, idemque colurus ſolſtitiorum A B C D. Horizontis ſemicirculus occidentalis A E D. Æquator C E. Signifer idemq; circulus uerticalis B E. polus Æquatoris F. polus Signiferi A. Locus Solis ad G. parallaxis G H. Longitudo Solis E G.



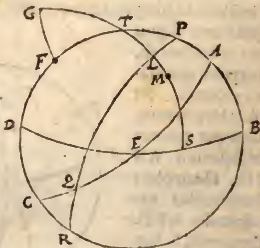
Schema CXXII.

Manifeſtum eſt longitudinem Solis E G. per parallaxin G H. quoad uiſum minui arcu G H. Nunquam autem hoc contingere poteſt, niſi eleuatio poli par ſit maximæ declinationi Solis, & ſolſtitium polo proximum in medio cœli exiſtat.

¶ Si uerticalis per Solem tranſiens ſit Signifero rectus, tota parallaxis in latitudinem tranſit: atque adeo latitudinem aliquam auſtrinam Soli conciliat.

Sit enim Meridianus A B C D. Horizontis ſemicirculus occidentalis B E D. Æquator A E C. Signifer P Q R.

 polus



Schema CXXIII.

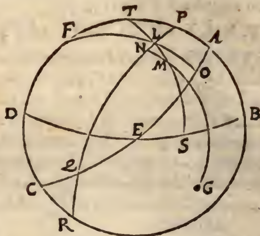
polus Æquatoris F. polus Signiferi G. polus Horizontis T. Sol ad L. parallaxis Solis L M. uerticalis per solem transiens T L S. Signifero rectus ad L. Quia igitur uerticalis T L S. est Signifero rectus, ideo per polos eius transit: per 57. p. 1. Trig. Quia autem uerticalis T L S. per polos Signiferi transit, ideo est unus è circulis latitudinum: per principia sphærica: ac proinde tota parallaxis LM. est quasi latitudo Solis austrina.

¶ Si uerticalis per Solem transiens sit Signifero obliquus, parallaxis Solis partim longitudinem eius mutat, partim latitudinem aliquam austrinam ipsi conciliat.

Sint enim cætera ut ante, sed uerticalis T L S. per Solem transiens iam sit Signifero obliquus. Et sit parallaxis L M. ac per locum Solis uisum M. transeat circulus latitudinis G M N. angulis ad N. rectis, per principia sphærica. Manifestum est, longitudinem Solis Q L. hoc modo diminui arcu N L. & Solem uideri in latitudine austrina L M.

¶ An

¶ An autem angulus sectionis uerticalis & signiferi, nempe angulus TLP. sit rectus an obliquus, id ita cognosces.



Schema CXXIV.

Nota est aut esse potest per antecedentia problemata ascensio recta Solis QO. quæ composita cum arcu horario dato OA. constituit arcum QA. cuius complementum ad semicirculum est arcus QC. Quo noto, quia in Triangulo QCR. præterea etiam angulus maximæ declinationis CQR. notus est, & angulus ad C. rectus: ideo dico:

I. Vt Radius ad tangentem CQR. ita sinus QC. ad tangentem arcus CR. cui ex opposito æquatur arcus PA. quo demto de arcu AT. (qui arcus par est eleuationi poli DF.) relinquitur arcus TP. per ax. 2. sphær.

II. Notis in Triangulo QCR. lateribus QC. & CR. includentibus rectum QCR. inquiro latus tertium QR. per axioma quartum. Idque compono cum longitudine Solis data QL. Vnde innotescit complementum ad semicirculum LP.

III. In eodem Triangulo QCR. dico:

Vt QR. sinus ad QCR. radiū, ita QC. sinus ad QRC. sinum

ſinum per ax. 3. cui angulo Q R C. ex oppoſito æquatur angulus L P T. per 59. p. 1.

IV. Vt L T. ad L P T. ita T P. ad T L P. per ax. 3. ſph.

EXEMPLVM. Ad tempus ſupra datum longitudo Solis Q L. erit *107. 56'. 34"*. declinatio L O. 22. gr. *15'. 44"*. aſcenſio recta Q O. 109°. 26'. 40". angulus horarius L F T. ſiue arcus O A. reſpectu Meridiani Heidelbergenſis *15*. gr. *15'*. Quæ duo ſimul ſumta efficiunt arcum Q A. *124*. gr. *41'. 40"*. cuius complementum ad ſemicirculum Q C. eſt *55*. gr. *18'. 20"*. Angulus autem maximæ declinationis C Q R. eſt 23. gr. 28'.

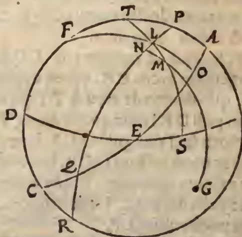
Dico igitur:

I. Vt Radius ad tãg. CQR. *23*°. 28'. ita ſinus CQ. 55°. 18'. 20".

100000. *43412.* *82224.*

ad *35695*. tangentem arcus C R. *19*. gr. *38'. 38"*. per ax. *2*. ſubtracto autem C R. hoc eſt, A P. de eleuatione poli A T. *49*. gr. *35'*. relinquitur arcus T P. *29*. gr. *56'. 22"*.

Schema CXXIV.



II. CR.

II. CR. 19°. 38′. 38″.——19°. 38′. 38″.
QC. 55. 18. 20.——34. 41. 40.

74. 56. 58. 54. 20. 18. 81247.
15. 3. 2.————————25967.

107214.

53607.

Sinus arcus 32. gr. 25′. cuius complementum 57. gr. 35′. est arcus QR. Qui arcus compositus cum longitudine Solis QL. efficit arcum RL. 165°. 31′. 34″. cuius compl. ad semicirculum est arcus LP. 14. gr. 28′. 26″. per ax. 4. sphæ.

III. Vt QR. 57. gr. 35′. ad CQR. rad. ita QC. 55°. 18′. 20″.
84417. 100000. 82224.
ad QRC. siue LPT. 97402. sinum anguli 76. gr. 54′. 40″. per ax. 3.

IV. Vt LT. 29°. 51′. ad LPT. 76°. 54′. 40″. ita PT. 29°. 56″ 22″.
49773. 97402. 49908.
ad 97666. sinum anguli TLP. 77. gr. 36′. per ax. 3.

Ergo angulus TLP. sectionis verticalis cum Signifero in hoc exemplo non est rectus: ac proinde parallaxis LM. partim longitudinem, partim latitudinem Solis mutat. Longitudinem minuit arcu NL. latitudinem austrinam Soli conciliat, arcum NM. qui duo arcus porrò facile reperiuntur, hoc modo.

In Triangulo NLM.

I. Vt LNM. rectus ad LM. parallaxin 1′. 27″. ita NLM. 77°. 36′.
100000. Sin. 42. 97666.

Xx ad 41.

ad 41. sinum arcus NM. 1'. 24". quæ erit uisa latitudo Solis austrina ad tempus supra datum.

II. Vt Tāg. NLM. 77°. 36'. ad radiū.

454826. 100000.

ita tangens MN. 1'. 24".

41.

ad 9. sinum arcus NL. 18". qui arcus subtractus à uera longitudine Solis 107. 56'. 34". relinquit uisā longitudinē Solis 107°. 56'. p ax. 2.

PROBLEMA DECIMVM QVARTVM.

Data uera diametro Solis, unà cum distantia Solis à centro terræ apparentem diametrum Solis per numeros inuenire.

Vera semidiameter Solis secundum Copernicum est semidiametrorum terræ 5°. 27'. ferè.

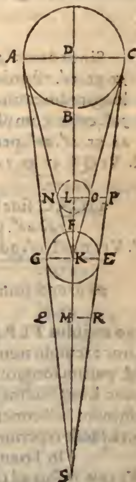
Schema CXXV. Distantia autem Solis à cētro terræ ad tempus nuper constitutum erit 1178½. semidiametrorum terræ per probl. 12. Dico igitur:

Vt KD. 1178½. ad DC. 5°. 27'.

70710. scr. 327. scr.

ita KD. radius 100000.

ad DG. 462. tangentem anguli BAG. 15'. 55". Ergo apparens diameter Solis tum erit 31'. 50". FINIS.



Bartholo-

Bartholomæi Pitiſci Grunbergenſis

PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM LIBER QVINTVS.

De motu Lunæ proprio.

PROTHEORIA.

Sol unicum habet motum nempe longitudinis. Semper enim uerſatur ſub Ecliptica. Reliqui planetæ duplicem habent motum, unum longitudinis, alterū latitudinis. Nam ut uia Solis ad Æquatorem eſt obliqua: ita uiæ reliquorum planetarum ad uiam Solis ſunt obliquæ. Igitur Lunæ & longitudinis & latitudinis motus ſeorſim eſt explicandus. Motus longitudinis Lunæ eſt ab occaſu in ortum, ut omnis omnium ſtellarum motus proprius. Etſi autem per ſe proculdubio eſt æqualis: nobis tamen apparet inæqualis. Cauſam inæqualitatis alij aliam excogitarunt. Copernicus affingit motui longitudinis Lunæ duos epicyclos. Iuxta cuius ſententiam, ſit circulus mundo concentricus, at Eclipticæ pro latitudine Lunæ obliquus GCHK. centrum eius & ſimul centrum terræ D. Dimetiens FEDK. epicyclus primus AB. ſecundus EF. Et centrum quidem epicycli primi C. moueatur ſecundum ordinem ſignorum à C. in H. ſic ut tempore menſtruo

 totum

totum circulum CHKG. obeat. Centrũ uerò epicycli secundi A. in circumferentia epicycli primi moueatur motu contrario ab A. in G. paulò celerius quam centrũ epicycli primi. Luna denique ipsa, moueatur in circumferentia epicycli secundi ab E. in L. motu ad motum circuli C H. duplo: sic, ut quando linea F E D. est cum loco Solis medio (hoc est, in coniunctionibus & oppositionibus Solis & Lunæ.) Luna sit centro C. proxima, hoc est, in E. constituta: in quadraturis autem remotissima, hoc est in F. constituta. His ita positis, motus longitudinis Lunæ declarari, & ratio apparentis circa motum illum inæqualitatis reddi poterit. Motus latitudinis Lunæ nihil aliud est, quam motus nodorum Eclipticæ & circuli obliqui Lunæ: quos nodos uulgò uocant caput & caudam Draconis. Mouentur autem

Schema CXXVI.



illi nodi

illi nodi contra ſignorum ordinem, prorſus, ut nodi Eclipticæ & Æquatoris. Itaque hic nulla noua theoria eſt opus.

PROBLEMA PRIMVM.

Medium ſiue æqualem motum longitudinis Lunæ à Sole (hoc eſt, motum puncti C in H, &c.) ad quoduis datum tempus colligere. Cop. lib. 4. c. 4.

Motus longitudinis Lunæ, ut & reliquorum 5. planetarum, primum deducitur à Sole. Deinde collatione facta cum motu Solis, facile eius locus uel à prima ſtella Arietis, uel ab æquinoctio uerno reperitur. Eſt autem periodus curſus Lunæ à Sole dierum 29. ſcrupulorum 31'. 50''. 7'''. 52''''. 57'''''.

Vnde conficitur

Motus eius añuus 1''. 14'. 9°. 37'. 22''. 36'''. 25''''.
Motus diurnus ---------- 12. 11. 26. 41. 31.
Motus horarius ---------- 30. 28. 36. 44.
Et fuit tempore N.C. motus Lunæ à Sole 3'. 29°. 58'.

Ex quibus ita ſumtis, æqualem motum Lunæ ad tempus ſupra datum colligo hoc modo.

II. Sex. an.								Sex. anni.	
1.	1'''.	14''.	9'.	37°.	22'.	36''.	25'''.	26.	40.
	24.	43.	12.	27.	32.	8.	20.	20.	20.
	6.	10.	48.	6.	53.	2.	5.	5.	20.
		49.	26.	24.	55.	4.	16.	1.	
				36.	42.	51.	6.		

II. Sex. d. Sex. d. scr.

1 ——12ˢ. 11°. 26′. 41″. 31‴. ———— 3. 35. 35′. 6″. 20‴.

36. 34. 20. 4. 33. 30. 30.
6. 5. 43. 20. 45. 30. 5. 5.
1. 0. 57. 13. 27. 35. Nota 6″. 20‴. scrupula
6. 5. 43. 20. 45. dierum sunt 2′. 32″. scru-
1. 0. 57. 13. 27. pula horaria per corre-
1. 13. 8. 40. ctionē inæqualitatis di-
4. 3. 48. erũ ciuiliũ li. 4. probl. 9.
1. 48. 8. 36. 32. 45. Motus dierũ. (reperta.
0. 36. 42. 51. 6. 0. Motus annorũ.
3. 29. 58. Radix.
5ˢ. 54°. 49′. 27″. 38‴. 45⁗. Summa. Motus æqualis Lunæ à Sole, ad tempus supra datum.

PROBLEMA SECVNDVM.

Aequalem motum anomaliæ lunaris, siue æqualem motum epicycli primi, nempe puncti A in G. &c. ad quoduis datum tempus inuenire. Cop. l. 4. c. 4.

Æqualis motus anomaliæ Lunaris siue Epicycli primi annuus est —— 1ˢˢ. 19ˢ. 28°. 43′. 9″. 7‴. 15⁗.
diurnus ———— 13. 3. 53. 57. 1.
horarius ———— 32. 39. 44. 52.

Et fuit tempore N. C. 3ˢ. 27. gr. 7′.

Hinc pro tempore dato motus æqualis anomaliæ lunaris colligitur hoc modo:

I. Sex.

I. Sex. an.

1.——— 1‴. 19″. 28′. 43°. 9′. 7″. 15‴.——— 26. 40.

26. 29. 34. 23. 2. 25. 0. 20. 20.

6. 37. 23. 35. 45. 36. 15. 5. 20.

26. 29. 34. 23. 2. 25. 1.

26. 29. 34. 23. 2. 25.

1. 50. 43. 13. 20.

II. Sex. d.

1.——— 13ˢ. 3°. 53′. 57″. 1‴.

39. 11. 41. 51. 3.

6. 31. 56. 58. 30. 30.

1. 5. 19. 29. 45. 5.

6. 31. 56. 58. 30.

1. 5. 19. 29. 45

1. 18. 23. 23.

6. 31. 56.

4ˢ. 56°. 37′. 0″. 42‴. 9⁗. Motus dierum.

1. 50. 43. 13. 20. 0. Motus annorum.

3. 27. 7. Radix.

4ˢ. 14°. 27′. 14″. 2‴. 9⁗. Motus æqualis anomaliæ lunaris ad tempus supra datum.

PROBLEMA TERTIVM.

Aequalem motum epicycli secundi nempe puncti E. versus L. reperire.

Æqualis motus epicycli secundi, ut in Protheoria diximus, est ad æqualem motum Lunæ duplus. Atqui æqualis motus Lunæ ad tempus supra datum erat.

5ˢ. 54°. 49′. 27″. 38‴ 45⁗.

Ergo

Ergo æqualis motus epicycli secundi, ab E in L ad tempus supra datum, abiectis integris circulis, est,

5..49°.. 38'..55''..17'''..30''''.

id est;

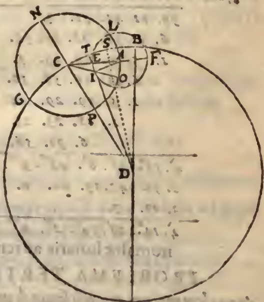
349°.. 38'. 55''.

PROBLEMA QVARTVM.

Prosthaphæreses epicycli secundi supputare. Cop. lib. 4. c. 11.

Schema CXXVII

Prosthaphæresis epicycli secundi, exempli gratia, est angulus A C I. uel A C O. ad quē inueniendū præter æqualem motum puncti E, unde innotescit angulus E A I. prorsus ut in Sole, hæc duo requiruntur.



1. Notitia mediæ eccentricitatis Lunæ, siue notitia radij epicycli primi C A.
2. Notitia differentiæ inter mediam & maximam eccentricitatem Lunæ, siue notitia radij epicycli secundi A F. uel A E. uel A I.

Statuit

Statuit autem Copernicus maximam eccentricitatem Lunæ, siue rectam C F. esse partium 1334. qualium DC. sit 10000. Minimam uerò eccentricitatem siue rectam C E. esse partium earundem 860. Est ergo media eccentricitas C A. partium 1097. differentia inter maximam & mediam eccentricitatem A F. uel A E. uel A I. partium 237.

Quibus ita hoc loco sumtis (demonstrationes enim Copernici huc transcribere nimis prolixum foret) in Triangulo C A I. nota sunt duo latera C A. & A I. includentia angulum notum C A I. Soluo igitur Triangulum C A I. per axioma 5. planorum hoc modo.

C A. 1097.	Motus E L F I. 349°. 39′. per probl. 3.
A I. 237.	Cōpl. IE. uel IAE. 10. 21.
Sum̃a 1334.	Sum̃a angulorũ A & C. 169. 39.
Differentia 860.	Dimidium summæ 84. 49. 30″.

Vt sum̃a laterum C A. & A I. ad differentiam corundē.

1334. 860.

ita tangens 84°. 49′. 30″.

1104152.

ad 711822. tangentem anguli 82. gr. 49′. 30″. relinquitur angulus quæsitus A C I. 2. gr. 49′. 19″. qui angulus, quia consistit citra medium motum epicycli primi siue puncti A. idcirco est ab eodem medio motu auferendus: & hic, & in toto semicirculo posteriore F I E. At in semicirculo priore E L F. esset ad medium motum addendus.

Atqui medius motus epicycli primi supra inuentus

NGA. erat ———— 254. 27. 14″.

Ergo si inde auferas ECI. siue OA. 2°. 49. 19.

Relinquitur uerus motus

epicycli primi NGO. 251. 38. ferè.

Eiusq; complementũ ad integrũ circulum ON. 108°. 22′.

Et huius complementum ad semicirculũ OP. 71. 38.

PROBLEMA QVINTVM.

Eccentricitatem Lunæ siue quantitatem radij epicycli primi ad datum tempus inuenire.

Eccentricitas Lunæ ad datum supra tempus erit recta CI.

Iam, in Triangulo CAI, per problema præcedens noti sunt omnes anguli, & præterea latera duo CA. & AI. Igitur inde colligo latus tertium: per quartum axioma Triangulorum planorũ hoc modo.

Schema CXXVII

Vt ACI. 2. gr. 49′. 19″. ad AI. ita CAI. 10′. 21″.

4923. 237. 17966.

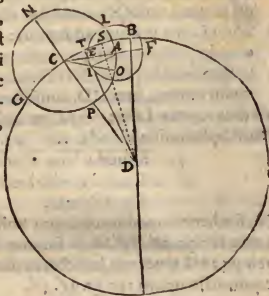
ad CI. 865. ferè.

PROBLE-

PROBLEMA SEXTVM.

Prosthaphæreses epicycli primi supputare.

Prosthaphæresis epicycli primi, verbi gratia, est angulus CDI. qui angulus & ipse reperitur per axioma quintum, hoc modo.



Schema CXXVII

In Triangulo CDI. nota sunt:

1. Latus CD. 10000.

2. Latus CI. 865. per problema 5.

eorumque summa 10865.

Et differentia 9135.

3. angulus DCI. 71. gr. 38'. fere p probl. 4.

Et reliquorum duorum summa 108. 22.

eiusque summæ dimidium 54. 11.

Dico igitur:

Vt sum̃a CD. & CI. ad differentiam: ita tangens 54°. 11'.

10865. *9135.* *138568.*

 ad *116504.*

ad *116304.* tangentem anguli *49.* gr. *21½.* quo sublato de angulo *54.* gr. *11''.* relinquitur angulus CDI. 4. gr. *49½.* qui angulus, quoniam ultra lineam medij motus Lunæ CD. consistit, ideo est ad medium illum Lunæ motum addendus: ut semper in semicirculo posteriore PLN. Auferendus autem esset, in semicirculo priore NGP. quia tunc citra lineam medij motus Lunæ CD. consisteret.

Medius motus Lunæ, *354.* gr. *49'.27''.* per probl. *1.*
Prosthaphæresis addenda. *4.* *49. 30.*

Summa *359.* *38, 57.* Verus motus Lunæ à medio loco Solis, ad tempus supra datum.

Cui si adieceris medium motum Solis ab æquinoctio uerno *107.* gr. *56'. 34''.* & de summa integrum circulũ, nempe *360°.* abieceris, habebis uerum locum Lunæ ab æquinoctio uerno *107.* gr. *35'. 31''.*

PROBLEMA SEPTIMVM.

Motum latitudinis Lunæ ad quodcunque datum tempus inuenire. Cop. lib. 4. cap. 4.

Motus latitudinis Lunæ reuera nihil aliud est, quam motus nodorum Eclipticæ & circuli obliqui Lunæ, contra ordinem signorum: prorsus, ut motus præcessionis Æquinoctiorum. Sed Copernicus pro motu nodorum contra ordinem Signorum, ad calculum assumit distantiam Lunæ à boreo limite maximæ latitudinis secundum ordinem signorum & istam distantiam vocat motũ latitudinis Lunæ. Quæ distantia, quia nihil

hil aliud eſt, quam arcus ex motu nodorum & medio motu longitudinis Lunæ cōpoſitus, ideo illi perinde ut medio motui longitudinis Lunæ, proſthaphæreſis longitudinis Lunæ, ſiue proſthaphæreſis epicycli primi Lunæ eſt uel addenda, uel demenda.

Cæterùm, motus nodorum contra ordinem ſignorum annuus eſt, 19. gr. 5′. 22‴. 41‴. Motus autem longitudinis Lunæ annuus eſt. 2′. 9. gr. 37′, 22″, 36‴.

Hinc componitur motus latitudinis Lunæ annuus
2\`. 28°. 42′. 45″. 17‴. 2⁗. & inde elicitur motus diurnus o. 13. 13. 45. 39. 29.
& motus horarius 33. 4. 24. 8.

Radix autem illius motus tempore Natiuitatis Chriſti fuit 2\`. 9. gr. 45′.

Ad tempus igitur ſupra datum motus medius latitudinis Lunæ colligitur hoc modo, & talis inuenitur, ut ſequitur.

Sex.   Sex. D.
1. ---- 13\` 13°. 45′. 39″. 29‴. ---- 3. 35. 35′. 6″. 20‴.
39. 41. 16. 58. 27.   30. 30.
6. 36. 52. 49. 44. 30.   5. 5.
1. 6. 8. 48. 17. 25.
6. 36. 52. 49. 44.
1. 6. 8. 48. 17.
1. 19. 22. 33.
4. 24. 34.
5\`. 32°. 3′. 1″. 54‴. 3⁗. Motus dierum.
5. 40. 7. 42. 40. o. Motus annorũ.
2. 9. 45.   Radix.
1. 21. 55. 44. 34. 3. Sum̃a,

Æqualis motus latitudinis Lunæ, siue, media distantia Lunæ, à limite boreo maximæ latitudinis, secundum ordinem signorum. Cui motui si addideris prosthaphæresin longitudinis Lunæ 4. gr. 49'. 30". habebis ueram distantiam Lunæ à boreo limite maximæ latitudinis, ad tempus supra datum 86. gr. 45'. 14". Ex qua distantia liquet, Lunã adhuc esse in latitudine borea: & distare à cauda Draconis, gradibus 3. scrupulis 15'. 14".

PROBLEMA OCTAVVM.

Ipsam latitudinem Lunæ supputare.

Fit hæc supputatio prorsus, ut supputatio declinationum Solis compendiosissimè per axioma quartum, hoc modo:

Compl. maximæ latitud.	85. 0. —	85. 0.	
Motus latitudinis	86. 45. —	3. 15.	
	171. 45.	88. 15. —	99953.
Exc.	81. 45.		98965.
			988.
			494.

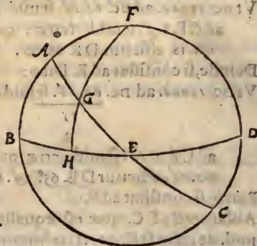
Sinus arcus 0. gr. 17'. qui arcus est ipsa latitudo Lunæ, ad tempus supra dictum.

Quod si quis axiomate quarto uti nolit, utatur primo uel tertio hoc modo.

Vt E A. quadrans ad A B. maximam latitudinem Lunæ 5. gr. ita E G. distantia à cauda Draconis siue complemen-

plementum motus latitudinis, ad G H. latitudinem, per ax. 1. uel

Vt GHE. ad GE. ita GHE. ad GH. &c. per ax. 3.



Schema CVI.

PROBLEMA NONVM.

Distantiam Lunæ à centro terræ supputare. Cop. lib. 4. cap. 17.

Distantia Lunæ à centro terræ media DC. secundũ Copernicum est semidiametrorũ terræ 60. scr. 18. Hinc cæteræ distantiæ Lunæ à centro terræ, ita supputantur.

Si Luna sit in linea medij motus Solis siue circa punctũC. siue circa punctnm K. & primúm, si consistat ad F. Dico:



Schema CXXVIII.

Vt DC.

Vt DC. *10000*. ad DC. *60.18′*. semid. ita CF. *1334*. per pro. *4*. ad CF. 8. 2′. semid. terræ: quibus additis ad DC. 60. 18. efficitur DF. 68. 20′.

Deinde, si consistat ad E. Dico:

Vt DC. *10000*. ad DC. *60. 18′*. semid. ita CE. *860*. per pro. *4*.

15

3.

ad CE. 5. *11′*. semid. terræ, quibus additis ad DC. 60. *18′*. efficitur DE. 65°. 29′. semid. terræ.

Porro, si consistat ad E.

Ablata recta EC. quæ est æqualis rectæ CE. 5. *11′*. semid. de recta DC. 60. 18′. relinquit rectam DE. 55. 7′. semid. Denique si consistat ad F.

Ablata recta CF. quæ est æqualis rectæ CF. 8. gr. 2′. semid. de recta DC. 60°. *18′*. relinquit rectam DF. 52°. *16′*. semi.

Schema CXXVII

Si uero Luna nō sit in linea medij motus Solis, distantia eius à centro terræ ita supputatur.

EXEMPLI gratia: ad tempus supra datum, in Triangulo CDI. angulus ICD. 71°. 37′. 55″. per probl.

4. CDE

4. CDI. 4°. 49'. 30". per proble. 6.
Summa utriusque anguli 76. gr. 27'. 25". Et illius summæ complementum ad duos rectos CID. 103. gr. 32'. 35". Sed cuius idem est sinus, qui complementi sui 76°. 27'. 25". per 7. p. 2.

Dico igitur:

Vt CID. 76°. 27'. 25". ad CD. semi. terræ. ita ICD. 71°. 37'. 55".

Sin. 97219.	60. 18.	Sin. 94905.
	15.	
	3.	

ad ID. 58°. 51'. semid. terræ: quæ tum erit distantia Lunæ à centro terræ.

PROBLEMA DECIMVM.

Parallaxes Lunæ supputare.

Hic prorsus, ut in parallaxibus Solis supputandis, duo præcognoscenda sunt:

1. distantia Lunæ à uertice:
2. distantia Lunæ à centro terræ.

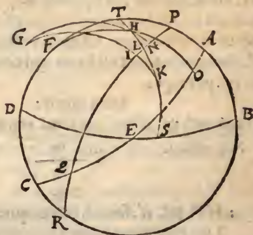
Distantia Lunæ à uertice, si non sit in ipso horizonte, sic reperitur.

Primum recolligo longitudinem Lunæ: quæ tempore supra dato erit 107. gr. 35. 31. Et latitudinem: quæ tum erit 0. gr. 17'.

Deinde ex his inquiro declinationem & ascensionem rectam Lunæ, per probl. 16. lib. 1. & inuenio declinationem Lunæ 22. gr. 34'. 37". & ascensionem rectam 109°. 9'. 55". Postea ascēsionem rectam, 109. gr. 9'. 55". nempe in adiuncto Schemate arcum QO. compono cum arcu CQ.

cu CQ. noto ex problemate 13. libri præcedentis 55. gr. 18'. 20". Et fit arcus CO. 164. gr. 28'. 15". cuius complementũ ad semicirculum est arcus OA. 15. gr. 31'. 45". Qui arcus est mensura anguli TFH. Quo

Schema CXXIX.



noto, quia etiam latera ipsum includentia FT. (complementum eleuationis poli) & FH. (complementum declinationis Lunæ) nota sunt, inquiro complementum altitudinis Lunæ siue distantiam Lunæ à uertice TH. per ax. 4. hoc modo:

FT. 40. 25.	40. 25.		
FH. 67. 25'. 23".	22. 34. 37.		
107. 50. 23.	62. 59. 37.		89094.
Exc. 17. 50. 23.			30633.
			119727.
TFH. 15°. 31'. 45".	100000.		59863.
74. 28. 15.	96349.		
	3651.		

Vt 100000. ad 59863. ita 3651. ad 2185. quo detracto de 89094. relinquitur 86909. sinus altitudinis Lunæ HS. 60. gr. 21'. 13". cuius compl. TH. 29. gr. 38'. 47". est distantia Lunæ à uertice.

Distantia

Distantia Lunæ à centro terræ ad tempus supra datum erit 55°. 51'. semidiametrorum terræ: per problema præcedens.
His duobus ita præcognitis parallaxes Lunæ non aliter quam parallaxes Solis supputantur, nempe maxima quidem parallaxis per axioma 1. hoc modo.
Vt GD. 58. 51. sem. terræ. ad DA. 1. sem. ita GD. rad. 100000

3531. scr. 60. scr.

ad DA. 1699. sinum anguli AGD. 58'. 25".
Cæteræ uerò per axioma quintum, hoc modo:

AD. 1. semid.	EDF. 29°. 38'. 47".
DF. 58. 51. semid.	A & E. 150. 21. 13.
Summa 59. 5.. semid.	Dimid. 75. 10. 36.
Diffe. 57. 51. semid.	Tangens. 377861.

Ergo:
Vt 59°. 51'. semid. ad 57°. 51'. semid. ita tang. 377861.

3591. scr. 3471.

ad 365234. tangentem anguli 74. gr. 41'. 43". quo detracto de angulo 75. gr. 10'. 36". relinquitur angulus AFD. o. gr. 28'. 53". parallaxis Lunæ ad tempus supra datum.

PROBLEMA VNDECIMVM.

Quomodo parallaxis Lunæ longitudinem uel latitudinẽ eius mutet, ostendere. Cop. l. 4. c. 26.

¶ Si uerticalis per Lunam transiens sit ipse Signifer, tota parallaxis ut Solis, ita etiam Lunæ, in longitudinẽ transit: eamque minuit in quadrante occidentali, auget in quadrante orientali.

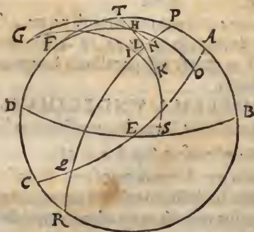
¶ Si uerticalis per Lunam transiens sit Signifero rectus, tota parallaxis in latitudinem transit, & latitudinem quidem austrinam facit maiorem, boream uero minorem.

¶ Si uerticalis per Lunam transiens sit Signifero obliquus, parallaxis Lunæ partim longitudinem, partim latitudinem eius mutat. Causa patet ex ijs, quæ de parallaxibus Solis diximus.

¶ An autem uerticalis per Lunam transiens sit Signifero rectus uel obliquus, facile sciri potest. Nam per 13. probl. præcedentis, & per 10. problema huius iam nota sunt:

1. Omnia latera Trianguli T F H. & præterea angulus T F H.
2. Totum Triangulum Q C R.
3. In Triangulo T L P. latus T P. & angulus L P T.

Schema CXXIX.



Dico igitur in Triangulo T F H.

I. Vt TH. 29°. 38'. 47". ad TFH. 15°. 31'. 45". ita FH. 67°. 25'. 23"
49465. 26772. 92336.
ad 49975. sinum anguli F T H. qui idem est sinus anguli L T P. 29. gr. 59'.

II. In Triangulo L T P. inquiro angulum T L P. per axioma quartum, hoc modo:

LTP.	29°. 59'.	29°. 59'	
TPL.	76. 54'. 40".	13. 5'. 20"	
	106. 53'. 40".	43. 4. 20.	68292.
Exc.	28. 58.		29060.
			97352.
			48676.

TP.	29°. 56'. 22".	
Compl.	150. 3. 38.	100000.
Exc.	60. 3. 38.	86655.

Sinus uersus 186655. Vel enim angulus L P T. uel angulus T L P. est maximus. Alioqui Triangulum L T P. haberet tres duobus rectis minores, quod est impossibile, per 47. p. 1. Si angulus T L P. est maximus pro latere T P. maximo est assumendum ipsius complementum ad semicirculum, per 61. p. 1. Si angulus L P T. est maximus pro angulo L P T. est assumendum eius compl. ad semicirculum, per eandem. Quo facto, habetur Triangulum unius lateris quadrante maioris. Pro quo si soluas Triangulum illi adiacens, quod habeat utrumq; latus quadrante minus, pro latere T P. quadrante minore dabitur tibi angulus quadrante maior. Qua de re uide Trig. pag. 105.

Ergo:

Vt 100000. ad 48676. ita 186655.

 ad 90856.

ad 90856. unde subtractus sinus 68292. relinquit 22564. sinum arcus 13. gr. 2′. 26″. qui est excessus tertij lateris supra quadrantem: cuius excessus complementum ad quadrantem 76. gr. 57′. 34″. est mensura anguli T L P. quæsiti. Vnde liquet, uerticalem T L. in hoc exemplo Signifero P L. non esse rectum. Quia igitur uerticalis TL. Signifero PL. non est rectus, ideo parallaxis Lunæ partim longitudinem, partim latitudinem eius mutat. Longitudinem Lunæ minuit arcu IN. latitudinem ex borea HN. facit austrinam IK. Qui duo arcus IN. & IK. porro reperiuntur hoc modo:

I. Vt H L N. 76°. 57′. 34″. ad H N. latitud. 17′. ita HNL.

97420. — 494. — 100000.

ad 507. sinum arcus H L. 17′. 27″. qui arcus demtus de parallaxi 28′. 53″. relinquit arcum K L. per ax. 3. 11′. 26″.

Schema CXXIX.



II. Vt L I K. rad. ad L K. 11′. 26″. ita I L K. 76°. 57′. 34″.

100000. — 332. — 97420.

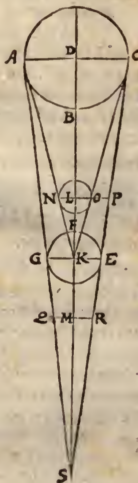
ad 323. sinum arcus I K. 11′. 6″. quæ erit latitudo Lunæ uisa austrina, tempore supra dato. per ax. 3.

III. Vt

III. Vt KLI. 76°. 57′. 34″. ad rad. ita KI. 11′. 6″.
Tang. 431752. 100000. tang. 323.
ad 74. sinum arcus IL. 2′. 33″.
per ax. 2.

IV. Vt HLN. 76°. 57′. 34″. ad rad.
Tang. 431752. 100000.
ita HN. 15′. 6″.
Tang. 507.

ad 117. sinum arcus LN. 4′. 2″. per ax. 2. Qui arcus LN. 4′. 2″. cōpositus cū arcu IL. 2′. 33″. efficit arcū IN. 6′. 35″. qui arcus detractus ab arcu QN. hoc est, à uera longitudine Lunæ 107°. 35′. 31″. relinquit longitudinem Lunæ uisam 107°. 28′. 56″. quæ ablata à longitudine Solis uisa 107°. 56′. 16″. relinquit uisā distātiā Lunæ ad tempus supra datum 27′. 20″.



Schema CXXV.

PROBLEMA DVODECIMVM.

Data uera diametro Lunæ, unà cum distantia à centro terræ, apparentem eius diametrum inuenire.

Vera semidiameter Lunæ secūdum Copernicum est semidiametrorū terræ 0. scr. 17′. 9″. Distantia Lunæ à centro terræ ad

tempus

tempus supra datum, erit 58. semid. terræ & *51.* scrupulorum, per probl. 9. Hinc apparens semidiameter Lunæ ita supputatur.

Vt KL. 58°. *51'*.. sem. ad LO. *17'. 9"*. s. *211860*.. .*1029*. scr *2*. ita KL. *100000*. ad LO. 485. tangentem anguli ABC. *16'. 42"*. qui est apparens semidiameter Lunæ. Cuius duplũ *33'. 24"*. est apparens diameter Lunæ ad tempus supra datũ.



PROBLEMA DECIMVM TERTIVM.

Apparentem diametrum umbræ quam Sol spargit à terra, in Lunæ transitu, reperire.

Eclipses nostri seculi ostendunt semidiametrum Lunæ L O. esse ad semidiametrum umbræ M R. ut *150.* ad *403.* ut refert Copernicus lib. 4. c. *19.* Hinc semidiameter umbræ, quâ Luna transit, nempe recta M R. ita reperitur.

Schema CXXV.

Vt *150.* ad *403.* ita LO. *16'*. 42". per probl. *12.* Sin. 485. ad MR. *1303.* sinum arcus uel anguli 44'. *50"*.

FINIS.

Bartholo-

Bartholomæi Pitiſci Grunbergenſis

PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM LIBER SEXTVS.

De calculo Eclipſium.

PRÆFATIO.

ECliplis dicitur obſcuratio Solis uel Lunæ. Obſcuratio Solis eſt interceptio luminis Solis, facta à Luna inter Solem & uiſum noſtrum diametraliter interpoſita. Obſcuratio Lunæ eſt defectus luminis Lunæ, quem defectum Luna patitur, quando terra inter ipſam & Solem diametraliter interponitur, & ſic Luna in umbram terræ incurrit. Omnis igitur Eclipſis Solis, fit in coniunctione: Lunæ, in oppoſitione Solis & Lnnæ. Sed non in omni coniunctione uel oppoſitione Solis & Lunæ fit Eclipſis: quia Sol & Luna non ſemper diametraliter opponuntur aut coniunguntur, propter latitudinem Lunæ: ſiue propter euagationem Lunæ ab Ecliptica. Ad Eclipſes itaque ſupputandas, & coniunctiones uel oppoſitiones luminarium indagare, & latitudinem Lunæ circa id tempus inueſtigare oportet. Atque hæc omnia ſecundum ueritatem in Eclipſibus Lunaribus: ſecundum uiſum in ſolaribus: quia Sol per ſe non obſcuratur, ſed uiſus tantùm noſter impeditur,

quò minus lumen Solis uideat. Luna autem per se obscuratur. Hæc causa est, cur in Eclipsibus Solis parallaxeon tam Solis quam Lunæ tam accurata ratio habēda sit: in Eclipsibus Lunæ nulla. De his igitur & quæ præterea ad calculum Eclipsium pertinent, paucula quædam problemata quasi coronidis uice cæteris adiungemus.

PROBLEMA PRIMVM.

Tempus mediæ coniunctionis uel oppositionis Solis & Lunæ reperire. Cop. lib. 4. c. 28.

Ad tempus propinquum, quod ex iā factis coniunctionibus & oppositionibus Solis & Lunæ facile coniicies, inuestiga motum Lunæ à Sole æqualem. Qui si integrum circulum compleuit, erit coniunctio media: si semicirculum tantum, erit oppositio media. Si neq; circulum neque semicirculum exactè compleuit: sed uel maior est uel minor: tantum temporis tempori sumto addes uel subtrahes, quantum distantiæ Lunæ à Sole competit. Exempli gratia. Anno 1600. mense Iunio continuata nouilunia & plenilunia ostendunt fore nouilunium, hoc est, coniunctionem Solis & Lunæ tricesima die Iunij post meridiem. Ergo ad tempus propinquum, Verbi gratia, ad horam secundam P.M. inquiro motum Lunæ à Sole æqualem & inuenio

5ˢ. 54°. 49′. 27″.

Huic motui æquali desunt ad integrum circulum

5°. 10′. 33″.

Conficiet autem Luna hunc cursus sui defectum horis 10. scr. 1′. 8″.

Nam

Nam motus Lunæ horarius est

30′. 28″.

Vt autem 30′. 28″. ad unam horam: ita 5. gr. 10′. 33″. ad 10. horas, scr. 11′. 32″.

Ergo tempori supra dato, si addidero 10. horas scr. 11′. 32″. Coniunctio Solis & Lunæ media erit, Anno 1600. tricesima Iunij, hora usuali 12. scr. 11′. 32″. P.M. sub Meridiano Gracouiensi.

PROBLEMA SECVNDVM.

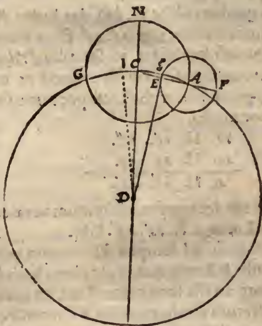
Tempus ueræ coniunctionis uel oppositionis Solis & Lunæ reperire. Cop. lib. 4. c. 29.

Primùm, ad tempus mediæ coniunctionis uel oppositionis Solis & Lunæ, quære eorum prosthaphæreses: & erunt in exemplo nostro.

Prosthaphæresis Solis ablatiua, quasi angulus IDC. 0. gr. 17′. 1″.

Prosthaphæresis Lunæ additiua 4. gr. 54′. 51″.

Deinde prosthaphæreses, si sint diuersi generis, mutuò junge: si sint eiusdem ge-



Schema CXXX.

 neris,

neris, minorē à maiore subtrahe, ut appareat uera distantia Lunæ à Sole. Vt, in nostro exemplo, prosthaphæreses sunt diuersi generis: nempe altera ablatiua, altera additiua. Iungo igitur:

ICD. o. gr. 17′. 1″.
CDE. 4. gr. 54. 51.
5. gr. 11′. 52″.

Et euadit angulus IDE. siue arcus 5. gr. 11′. 52″. quo angulo uel arcu in media coniunctione Luna distabit à Sole, & prætergressa erit Solem.

Tertiò, ex distantia Lunæ à Sole, probabiliter collige, quot horis uera coniunctio mediam antecedat uel sequatur: hoc modo:

1. gradus cursus ☾. à ☉. dat horas fermè duas: quot horas dabunt 5. gr. 11′. 52″. ℞. 10. Hor. scr. 23′. 44″.

Quartò, has horas 10. scr. 23′. 44″. (quia uera coniunctio mediam præcessit: quod ex prosthaphæresibus apparet.) subtrahe à tempore mediæ couiunctionis., hoc modo.

12. H. 11′. 32″.
10. H. 23. 44.
1. H. 47′. 48″.

Et euadet tempus æstimatum ueræ coniunctionis Solis & Lunæ, 1. H. 47′. 48″. P.M.

Quintò, ad tempus æstimatum ueræ coniunctionis Solis & Lunæ quære uera loca Solis & Lunæ: ut appareat, an illa loca coincidant, an uerò adhuc luminare alterum ab altero distet. Vt in nostro exemplo, ad tempus æstimatum ueræ coniunctionis uerus locus Solis

ab æqui-

ab æquinoctio uerno erit 107°. 50′. 4″. Verus Locus Lunæ ab eodem æquinoctio uerno erit 107°. 29′. 19″. Iam locus Lunæ subtractus à loco Solis relinquit differentiam 26′. 45″. Distabit igitur tum adhuc Luna à Sole scrupulis 26′. 45″.

Sextò, uerum locum Lunæ collige etiam ad tempus problemate primo assumtum: & differentiam temporis atque motuum nota hoc modo.

Verus motus ☾.

Hora 2. scr.	0′. 0″.	107°. 35′. 31″.
Hora 1. scr.	47. 48.	107. 29. 19.
Differentia temporũ	12′. 12″. Diff. motuũ	0. 6. 12″.

Septimò, ex hac utraque differentia, quanto tempore Luna, residua ista scrupula 26′. 45″. conficere, & ad Solem peruenire possit, collige hoc modo.

Vt 6′. 12″. scr. graduũ ad 12′. 12″. scr. hor. ita 26′. 45″. scr. gr.
372″. 732″. 1605″.
ad 52′. 38″. scrupula horaria.

Octauò, hæc scrupula horaria 52′. 38″. adde ad tempus æstimatum ueræ coniunctionis, & habebis absolutum tempus ueræ coniunctionis: hoc modo:

Tempus æstimatum ueræ ☌.	Hor. 1. scr. 47′. 48″.	
Defectus	Hor. 0. scr. 52. 38.	
Tempus ueræ ☌ Cracouiæ.	Hor. 2. scr. 40. 26.	P.M.
	59. 0.	
Idem tempus, Heidelbergæ	Hor. 1. scr. 41. 26.	P.M.

PROBLEMA TERTIVM.

Tempus uisæ coniunctionis Solis & Lunæ reperire. Cop. lib. 4. c. 31.

Primùm, inquire uisam Lunæ à Sole distantiam, tum ad tempus ueræ coniunctionis, tum ad horam præcedentem in quadrante Signiferi orientali, uel ad horã sequentem, in quadrante Signiferi occidentali, per problema 11. libri 6.

Deinde distantiam minorem subduc à maiore, uel si altera distantia citra, altera ultra Solem consistat, mutuò junge, & habebis uisibilem Lunæ motum à Sole, competentem illi horæ, in qua tum fit motus.

Tertiò sic ratiocinare:

Vt uisibilis Lunæ motus horarius ad 1. horam: ita uisibilis Lunæ distantia à Sole, tempore ueræ coniunctionis, ad hor. ——— scr. ———

Quartò has horas uel hæc scrupula horaria adde ad tempus ueræ coniunctionis, in quadrante Signiferi occidentali; uel ab eodem tempore aufer, in quadrante Signiferi orientali, & habebis tempus uisæ coniunctionis.

EXEMPLVM. Tempore ueræ conjunctionis Solis & Lunæ, Anno 1600. die 30. Iunij, hora 1. scr. 41′. 26″. P.M. respectu Meridiani Heidelbergensis uisa Lunæ à Sole distantia erit circiter 5′. 20″. (nam calculum istum accuratè prosequi, propter alia negocia non licuit.) citra Solem. Hor. 2. scr. 41′. 26″. PM. uisæ Lunæ à Sole distantia erit circiter 24′. 18″. ultra Solem. Summa utriusq; distantiæ est 29′. 38″.

Iam

Iam

Vt 29′. 38″. ſcr. graduũ ad 1. horam. ita 5′. 20″. ſcr. gr.
1778″. 3600″. 320″.
ad 10′. 48″. ſcrupula horaria: quæ addita ad tempus ueræ coniunctionis, Heidelbergæ efficiunt tempus uiſibilis coniunctionis 1. horam 52′. 14″. P.M.

PROBLEMA QVARTVM.

Viſam latitudinem Lunæ à Sole ad tempus uiſæ coniunctionis inuenire.

Primùm; quære uerum motum latitudinis Lunæ ad tempus uiſæ coniunctionis per problema 7. lib. 3. Et erit in noſtro exemplo circiter 87. gr. 56′. 24″.

Deinde, ex uero motu latitudinis inquire ueram latitudinem Lunæ per probl. 8. lib. 5. & erit in noſtro exemplo circiter 12′. 15″.

Tertiò, ad idem tempus inquire parallaxes Solis & Lunæ, per problema 12. lib. 4. & 10. lib. 5. Et erit in noſtro exemxlo parallaxis Solis circiter 1′. 32″. Lunæ, circiter 35′. 27″.

Quartò, per problema 13. lib. 4. & per 11. lib. 5. inquire, quid de parallaxi Solis uel Lunæ, in latitudinem tranſeat. Et inuenies in noſtro exemplo de parallaxi Solis tranſire in latitudinem circiter ſcrupula 1′. 25″. De parallaxi Lunæ, circiter ſcrupula 34′. 20″.

Quintò de parallaxi latitudinis Lunæ ſubtrahe inuentam antea latitudinem Lunæ boream 12′. 15″. & reſtabit uiſa latitudo Lunæ auſtrina, ab Ecliptica 22′. 5″.

Sextò,

Sextò, à uisa latitudine Lunæ austrina, ab Ecliptica, subtrahe uisam latitudinem Solis, quæ itidem est austrina 1'. 25". & restabit uisa latitudo Lunæ à Sole 20'. 40".

PROBLEMA QVINTVM.

Coniunctiones Solis & Lunæ eclipticas ab alijs discernere. Cop. lib. 4. cap. 30.

In Coniunctione.

Si uisa latitudo Lunæ à Sole minor fuerit dimidio apparentium diametrorum Solis & Lunæ, Sol subibit Eclipsin: si maior, non subibit. Vt Anno N. C. *1600.* tricesima die Iunij, Hor. *1.* scr. *52'. 14".* P. M. (respectu Meridiani Heidelbergensis) ipso momento uisæ coniunctionis Solis & Lunæ
apparens semidiameter Solis erit. *15'. 55".*
apparens semidiameter Lunæ erit. *16'. 42".*
Summa harum duarum semidiametrorum erit *32'. 37".* At uisa latitudo Lunæ à Sole erit non nisi *20', 40".* Ergo Sol tum subibit Eclipsin.

In Oppositione.

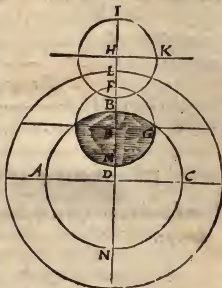
Si uera latitudo Lunæ minor fuerit dimidio apparentium diametrorum Lunæ & umbræ, Luna subibit Eclipsin. Si maior, non subibit. Vt: Anno *1601.* die *29.* Nouembris, hora 7. scr. *35'. 46".* secundum Meridianum Regij montis in Borussia, ad quem Meridianum supputatæ sunt tabulæ Prutenicæ: sub tempus apparens ueræ oppositionis Solis & Lunæ, apparens semidiameter Lunæ erit *17'. 49".* apparens semidiameter

umbræ

umbræ 48'. 48". Suma 1°. 6'. 37". At latitudo Lunæ uera uersus Septentrionem erit non nisi 32'. 12". Ergo Luna tum subibit eclipsin.

Maioris perspicuitatis causa res etiam oculis subijciatur.

Sit ergo circulus Solis uel umbræ ABC. Summa semidiametrorum Solis & Lunæ, uel umbræ & Lunæ DL. & sit latitudo Lunæ, primum DH. deinde DE. manifestum est, si latitudo Lunæ sit DH. nullam fore Eclipsin. Circuli enim IK. & BC. nusquam concurrũt. At si latitudo Lunæ sit DE. fiet Eclipsis. Circuli enim FG. & BC. concurrunt.



Schema CXXXI.

PROBLEMA SEXTVM.

Quanta futura sit Eclipsis, prædicere. Cop. lib. 4. c. 31.

Latitudinem Lunæ subtrahe à sũma semidiametrorum Solis & Lunæ, si sit Eclipsis Solaris, uel umbræ & Lunæ, si sit Eclipsis Lunaris: quod restat, conuerte in digitos eclipticos (sic uocantur duodecimæ partes diametri Solis uel Lunæ) hoc modo.

In Eclipsi Solari præcedente:

Summa semidiametrorum ☉ & ☾. DL.	32′.	37″.
Latitudo Lunæ DE.	20.	40.
Differentia BM.	11.	57.
Diameter Solis BN.	31.	50.

Vt 31′. 50″. ad 12. dig. ita 11′. 57″. ad digitos 4. scr. 30′. 10″.

In Eclipsi Lunari præcedente:

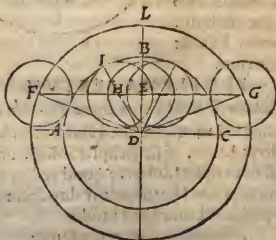
Summa semidiametrorũ Lunæ & umbræ DL.	66′.	37″.
Latitudo Lunæ DE.	32.	12.
Differentia	34.	25.
Diameter Lunæ MF.	35.	38.

Vt 35′. 38″. ad 12. digitos: ita 34′. 25″. ad digitos 11. scr. 35′. 27″.

PROBLEMA SEPTIMVM.

Quandiu duratura sit eclipsis, ostendere. Cop. lib. 4. cap. 32.

Schema CXXXII



Sit E-

Sit Ecliptica A D C. ſemidiameter umbræ D B. ſemidiameter Lunæ B L. aggregatū D L. uia Lunæ FE G. latitudo Lunæ D E. angulus ad E. quaſi rectus, propter obliquitatem uiarum Solis & Lunæ in tam breui ſpacio inſenſibilem. Dimidium tempus Eclipſeos F E. Iam in Triangulo D E F. duo latera nota ſunt, D E. latitudo Lunæ & DF. Summa ſemidiametrorum umbræ & Lunæ. Dabitur igitur latus tertium F E. per ax. 4. planorum, hoc modo.

I. Vt F D. ad F E D. ita D E. ad D F E. quo noto notus etiam eſt F D E.

II. Vt F E D. ad F D. ita F D E. ad F E. quod diuiſum per horarium motum Lunæ uerum, in eclipſi lunari, uel per horarium motum Lunæ uiſum, in eclipſi Solari exhibet dimidium tempus eclipſeos, &c.

Eodem modo mora Lunæ in umbra terræ, ſi forte contigerit, ex Triangulo D E H. ſupputabitur, in quo Triangulo latus D E. eſt latitudo Lunæ : latus D H. eſt differentia inter ſemidiametrum Lunæ & umbræ.

Exemplum reale.

In Eclipſi Solari, cuius mentio nuper facta eſt, latitudo Lunæ uiſa D E. erit $20'.\ 40''$. Summa ſemidiametrorū Solis & Lunæ F D. $32'.\ 37''$.

Dico igitur.

I. Vt F D. $32'.\ 37''$. ad F E D. rad. ita D E. $20'.\ 40''$.

948. 100000. 601.

ad 63396. ſinum anguli D F E. $39^{\circ}.\ 20'.\ 36''$. cuius compl. eſt angulus F D E. $50^{\circ}.\ 39'.\ 24''$.

II. Vt FED. rad. ad FD. 32'. 37". ita FDE. 50°. 39'. 24".
100000. 948. 77335.
ad 733. sinum arcus FE. (nam reuera FEG. est arcus etsi hîc curuitas eius sit insensibilis, propter exiguitatem) 25'. 12".

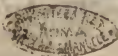
III. Vt uisibilis motus ☾. horarius 29'. 38". ad 1. horam.
1778".
ita 25'. 12".
1512".
ad Hor. 0. scr. 51'. 1". Cuius temporis duplum est 1. H. scr. 42. 2". Tanto igitur tempore durabit saepe dicta eclipsis Solaris.

Quod si etiam initium & finem eclipseos scire cupis: dimidia duratio 51'. 1". subtracta à tempore maximae obscurationis, initium; addita uerò ad id tempus, finē eclipseos ostendet: hoc modo.

Tempus maximae obscurationis Heidel. Hor. 1. scr. 52'. 14". P. M.

Dimidia duratio	51. 1.
Initium Eclipseos	Hor. 1. scr. 1'. 13".
Finis Eclipseos	Hor. 2. 43'. 15".

FINIS PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM.





AVGVSTAE VINDELICORVM,
typis Michaëlis Mangeri,
Sumptibus Dominici Custodis Chalchographi.

M. D C.



